

# Vigas de gran altura

Victorio E. Sonzogni

Noviembre 2005

## 1. Vigas de gran altura

### 1.1. Generalidades

El estudio de vigas de gran altura, ménsulas cortas, etc., así como porciones de vigas cercanas a la aplicación de cargas concentradas, no puede estudiarse con la teoría elemental de vigas. Algunos de estos casos podrían ser los indicados en la figura 1 para el caso de cargas gravitacionales uniformemente distribuidas.

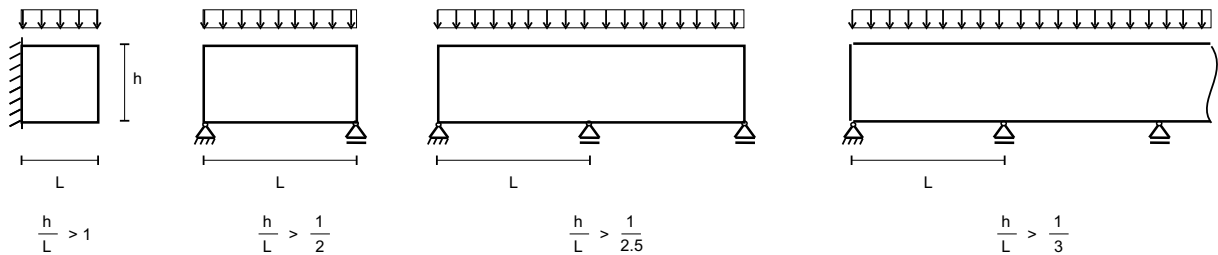


Figura 1: Esbelteces límites para la teoría clásica de vigas.

En la teoría clásica de vigas se hacen las siguientes hipótesis:

- Las secciones transversales planas y perpendiculares al eje medio de la viga, continúan siendo planas y perpendiculares a la línea media, una vez producida la flexión (Navier-Bernoulli)
- Las secciones  $\sigma_y$  y  $\tau_{xy}$  son despreciables frente a las tensiones  $\sigma_x$

Estas hipótesis no valen para el caso de vigas de gran altura. Las secciones transversales alabeán, y las tensiones  $\sigma_y$  y  $\tau_{xy}$  pueden ser del orden de las tensiones  $\sigma_x$ .

La sola relación de aspecto, como la indicada en la figura 1 no basta para definir el comportamiento como viga de gran altura. Interesa también como están aplicadas las cargas. Por ejemplo, una viga con cargas concentradas situadas a una distancia del apoyo inferior a 2 veces la altura de la viga, también debe estudiarse en esa zona como viga de gran altura.

Para su análisis puede considerarse dos casos:

1. Viga como un sólido continuo, no fisurado (Estado I del hormigón)

En este caso el análisis de tensiones puede realizarse por alguna de las siguientes formas:

- a) Por la teoría de la elasticidad.  
 Con las hipótesis de estados planos de tensiones. La función de Airy permite obtener una solución analítica del problema. Pero el rango de aplicaciones es limitado: solamente se pueden obtener soluciones analíticas para pocos casos sencillos.
- b) Mediante métodos numéricos.  
 Los métodos numéricos (por ej. método de los elementos finitos) permiten obtener solución al problema elástico para cualquier caso de geometrías, vínculos o cargas. Es la herramienta más poderosa de que se dispone para el análisis de tensiones.
- c) Ensayos de modelos.  
 Hay técnicas experimentales que permiten obtener las direcciones de tensiones principales y sus valores.

## 2. Viga fisurada (material discontinuo, hormigón en estado II)

El hormigón se fisura a tensiones relativamente bajas y la viga deja de ser un continuo. En estos casos se suele usarse un modelo de bielas o reticulado (Ritter-Mörsch). Se interpreta la resistencia de la viga como el trabajo de un reticulado formado por bielas comprimidas y traccionadas. Las primeras provistas por el hormigón y las segundas por la armadura.

### 1.2. Esfuerzos internos y tensiones en la viga no fisurada

En la figura 2 se muestran los diagramas de momentos flectores y esfuerzos de corte de una viga de dos tramos, supuesta no fisurada, para una relación de aspecto  $\frac{h}{L} > 1$ .

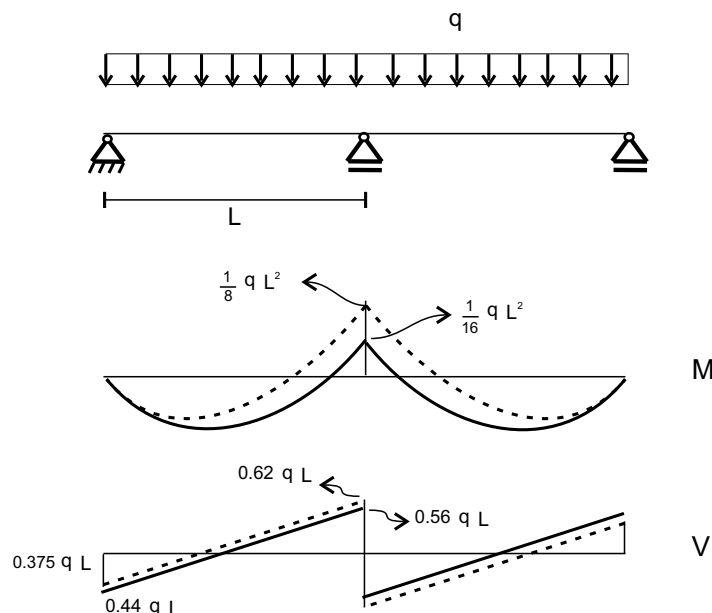


Figura 2: Diagramas de momentos flectores y esfuerzos de corte en una viga de dos tramos, calculados como viga esbelta (línea de trazos) y como viga de gran altura (línea llena).

En esa figura se ha indicado la solución como viga esbelta (teoría clásica) y como viga de gran altura. El momento negativo sobre el apoyo es  $\frac{1}{8} q L^2$  para la viga esbelta y  $\frac{1}{16} q L^2$  para la de gran altura. El corte sobre el apoyo interior es  $0,62 q L$  para la viga esbelta y  $0,56 q L$  para la de gran altura. Mientras que en los apoyos externos es  $0,375 q L$  y  $0,44 q L$  respectivamente. En cuanto

a las reacciones, para la viga esbelta son  $1,25qL$  en el apoyo interno y  $0,375qL$  en los apoyos externos. Para la viga de gran altura estos valores son  $1,12qL$  y  $0,44qL$  respectivamente.

La viga de gran altura posee, además de su deformación por flexión (curvaturas) una deformación por corte (distorsión) que en este caso no es despreciable. Por ello resulta más flexible que la viga esbelta y, consecuentemente, en el hiperestático toma menores solicitaciones. El momento negativo (de empotramiento) sobre el apoyo interior es menor, si se la analiza como viga de gran altura, que si se lo hace como viga esbelta. A causa de ello, los momentos de tramo son mayores para la viga de gran altura.

De igual forma, en comparación con la viga esbelta, la viga de gran altura tiene esfuerzos de corte mayores en los apoyos externos y menores en los internos. Sus reacciones también son mayores en los apoyos externos y menores en los internos.

Al ser muy rígida la viga de gran altura, por sus dimensiones, pequeños desplazamientos de apoyo producen grandes variaciones en los esfuerzos. También las tensiones son muy sensibles a la forma de carga y al tipo de apoyo. Por ejemplo, no es lo mismo que una carga esté ubicada en la parte superior, que en la parte inferior de la viga.

En la figura 3 se representan las tensiones en una viga con diferentes relaciones de esbeltez. En el cuadro 1 se resumen, de esa figura, los valores máximos de tensiones de tracción y compresión, de la resultante de tracción y del brazo elástico y posición el eje neutro.

Relación de Aspecto $\frac{h}{L}$	Resultante de tracción $C = T$	Brazo elástico $z$	Altura del eje neutro $y$	Tens. max. tracción $\sigma_{inf}$	Tens. max. compresión $\sigma_{sup}$	Tens. max. (Bernoulli) $\sigma_0$
$\frac{1}{4}$	$0,75qL$	$0,67h$	$0,5h$	$12\frac{q}{b}$	$12\frac{q}{b}$	$12\frac{q}{b}$
$\frac{1}{2}$	$0,38qL$	$0,67h$	$0,4h$	$4,5\frac{q}{b}$	$3,0\frac{q}{b}$	$3,0\frac{q}{b}$
1	$0,20qL$	$0,62h$	$0,28h$	$1,6\frac{q}{b}$	$0,42\frac{q}{b}$ $\sigma_s^* = 0,3\frac{q}{b}$	$0,75\frac{q}{b}$
$> 1$	$< 0,20qL$ $> 0,16qL$	$> 0,62L$ $< 0,78L$	$0,28L$	$\sim 1,6\frac{q}{b}$	$\sigma_s^* \simeq 0,4\frac{q}{b}$	–

Cuadro 1: Tensiones en vigas de diferente relación de aspecto (figura 3).  
( $\sigma_s^*$  : máximo relativo para tensión de compresión, no situada en el borde)

En la figura 4 se muestra la distribución de tensiones y trayectoria de tensiones principales para una viga de gran altura con cargas distribuidas situadas en su parte superior y en su parte inferior.

### 1.3. Dimensionamiento en estado I

La norma Din 1045, en la cual está basada la versión 1982 del reglamento CIRSOC 201, procede a dimensionar una viga de gran altura en estado I, bajo cargas de servicio. Para ello limita las tensiones bajo cargas de servicio a:

- Tensiones de compresión, en el hormigón, no mayores que  $\frac{\beta_R}{2,1}$
- Tensiones principales de tracción, en la armadura, no mayores que  $\frac{\beta_s}{1,75} \leq 240MPa$

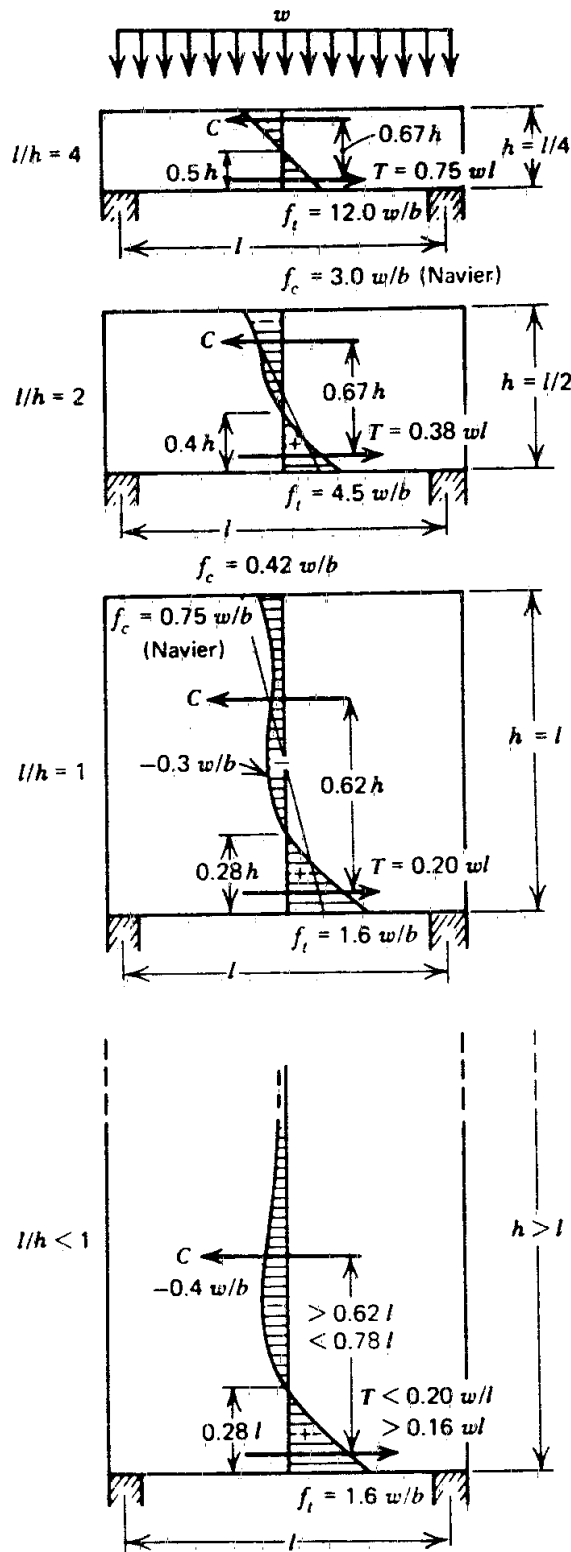


Figura 3: Tensiones en una viga de gran altura

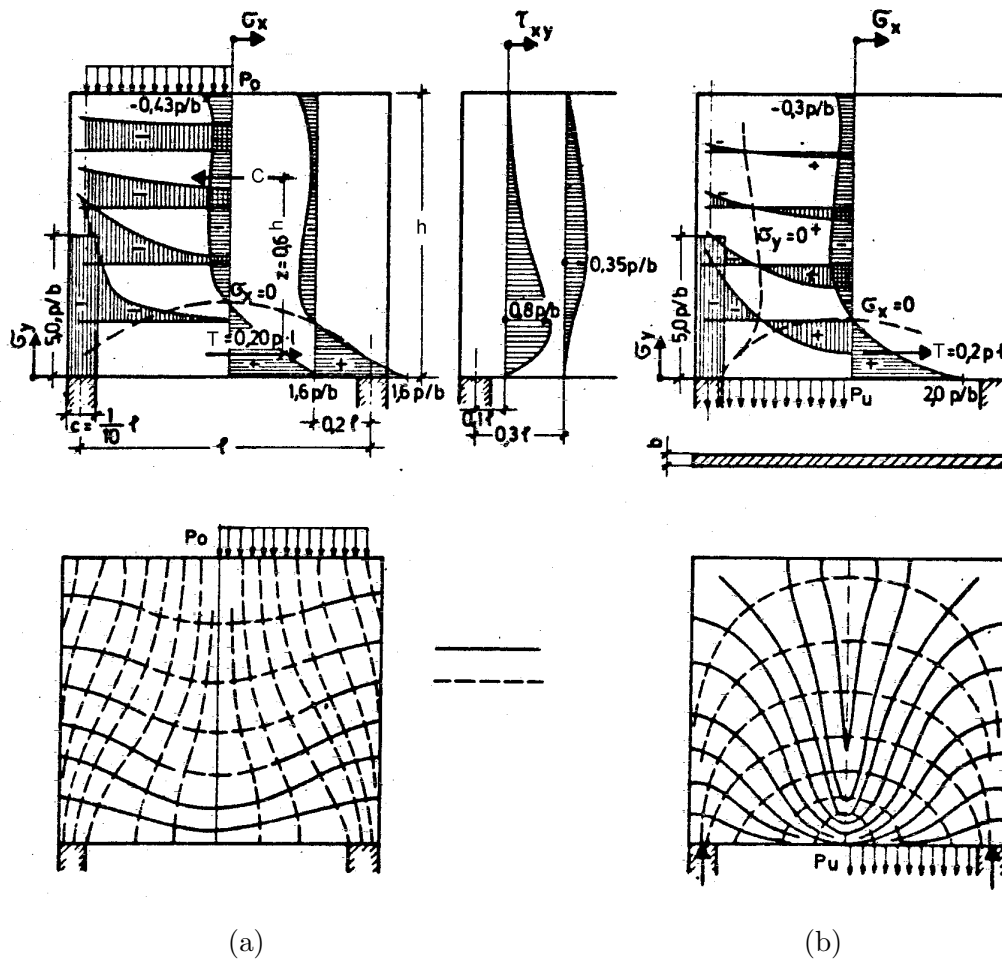


Figura 4: Tensiones en una viga de gran altura. a) carga superior; b) carga inferior

donde  $\beta_R$  es la tensión de cálculo del hormigón y  $\beta_s$  el límite de fluencia del acero (DIN 1045). El análisis bajo cargas de servicio se realiza con la viga como un medio continuo en estado elástico, determinándose las tensiones principales de tracción y de compresión. Allí donde hay tensiones de tracción se colocan armaduras. Se verifica que las tensiones de compresión en el hormigón no excedan los valores máximos indicados. En estas condiciones no es necesario verificar las tensiones tangeaciales, puesto que quedan dentro de los valores permitidos. Una excepción a esto último es cuando la viga está ensanchada sobre el apoyo, como se indica más adelante.

### 1.3.1. Método simplificado para calcular la armadura de tracción

Un método simplificado para calcular los esfuerzos de tracción proporciona el brazo de palanca  $z$  entre las resultantes de compresión y tracción en la sección (Cuaderno 240 de la Comisión Alemana para el Estudio del Hormigón Armado). De esa manera, la fuerza de tracción se evalúa:

$$T = \frac{M}{z}$$

Ese brazo de palanca  $z$  se puede obtener de fórmulas empíricas.

1. En ménsulas, para el momento negativo en empotramiento,

- $z = 0,65L + 0,10h$  si  $1,0 < \frac{h}{L} < 2,0$
  - $z = 0,85L$  si  $\frac{h}{L} \geq 2,0$
2. En vigas de un tramo, para el momento positivo en el tramo,
- $z = 0,3h (3 - \frac{h}{L})$  si  $\frac{1}{2} < \frac{h}{L} < 1,0$
  - $z = 0,6L$  si  $\frac{h}{L} \geq 1,0$
3. En vigas de 2 tramos, o tramos extremos de vigas continuas, tanto para los momentos positivos y negativos,
- $z = 0,5h (1,9 - \frac{h}{L})$  si  $\frac{1}{2,5} < \frac{h}{L} < 1,0$
  - $z = 0,45L$  si  $\frac{h}{L} \geq 1,0$
4. En vigas continuas (tramos internos), tanto para los momentos positivos y negativos,
- $z = 0,5h (1,8 - \frac{h}{L})$  si  $\frac{1}{3} < \frac{h}{L} < 1,0$
  - $z = 0,4L$  si  $\frac{h}{L} \geq 1,0$

La armadura de tramo para absorber la fuerza de tracción  $T$  en una viga de un tramo, se dispone en una altura de  $0,15 \sim 0,20h$  (o bien de  $L$ , si  $L < h$ ). En el caso de vigas continuas, la armadura de tramo se dispone en una altura de  $\sim 0,10h$  (o bien de  $L$ , si  $L < h$ ).

La armadura de apoyo se ubica en zonas como se indica en la figura 5.

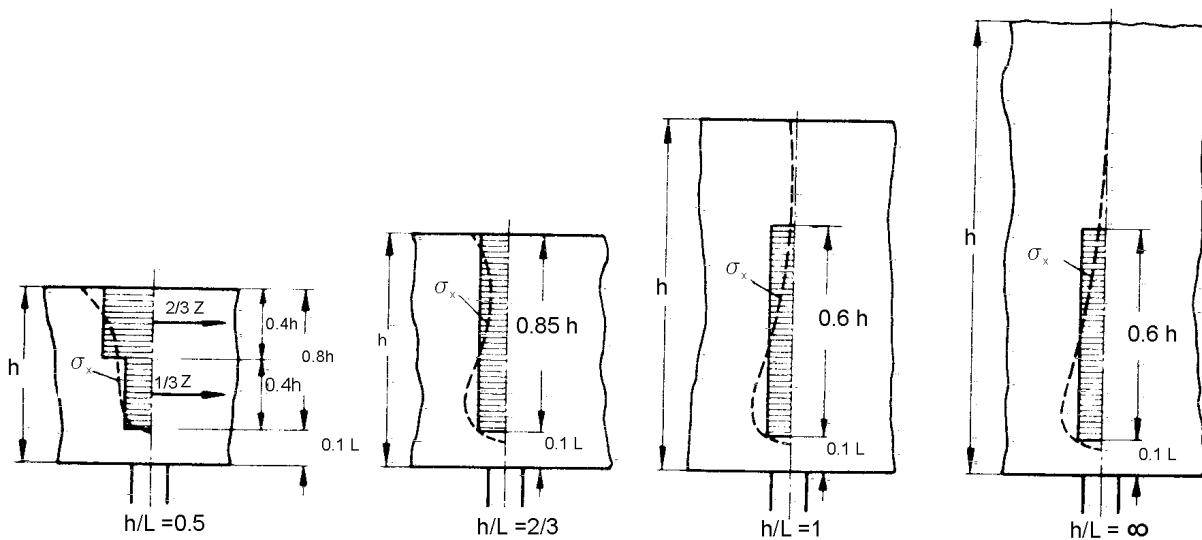


Figura 5: Distribución de la armadura de tracción sobre los apoyos de vigas continuas

Además se coloca una malla, en ambas caras de la viga, como mínimo en cada dirección:

- para acero 220,  $2,5 \frac{cm^2}{m}$  o bien 0,08 % de la sección de hormigón.
- para acero 420,  $1,5 \frac{cm^2}{m}$  o bien 0,05 % de la sección de hormigón.

La separación de las barras de estas mallas debe ser menor que 2 veces el espesor de la viga, o menor que 30cm.

En la figura 6 se muestra la disposición de armadura para una viga de un tramo.

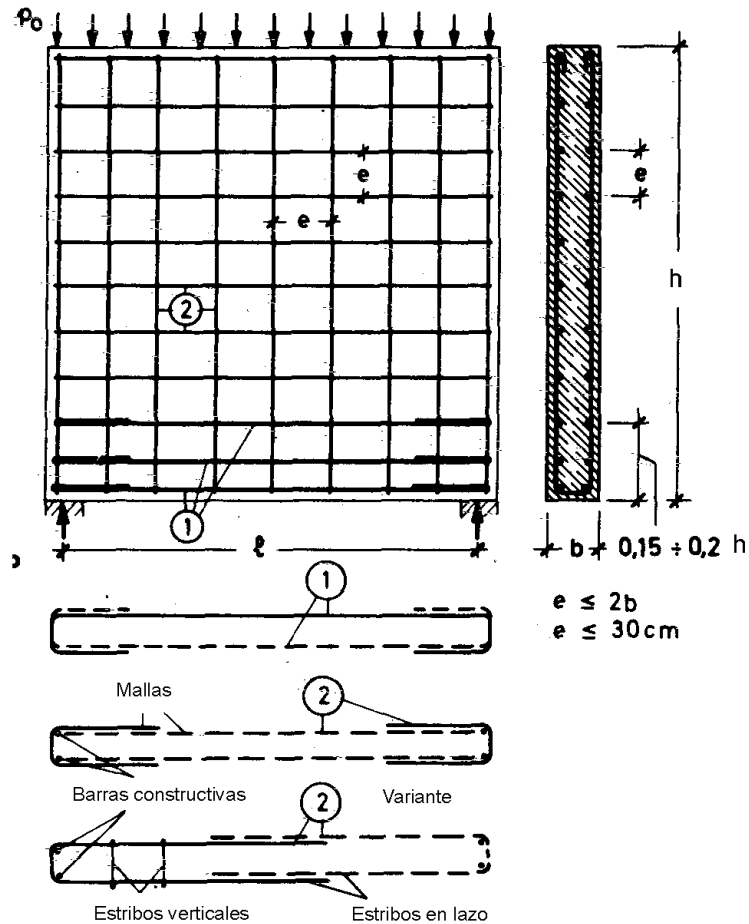


Figura 6: Distribución de la armadura en una viga de gran altura de un tramo

Si la carga está aplicada en el borde inferior de la viga, es necesario *colgarla* de la viga (ver figura 4). Para ello se coloca armadura vertical hasta un semicírculo que pase por los apoyos (figuras 7 y 8).

Si hubiese cargas concentradas (por ejemplo apoyo de otra viga transversal) es necesario también prever una armadura que la *cuelgue* convenientemente (figura 9).

Las barras horizontales de tramos deben ser ancladas sobre los apoyos a través de ganchos. No conviene doblar las barras pues no ayudan a resistir el corte y debilitan la flexión. Sobre la zona de apoyos puede haber zonas críticas. Hay que verificar y a veces reforzar.

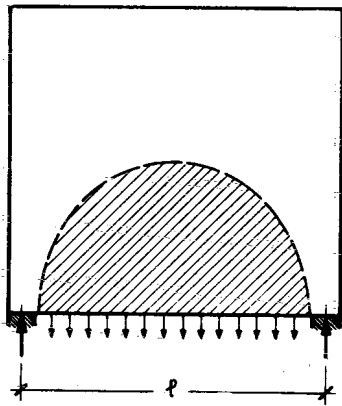


Figura 7: Zona sobre la cual “colgar” la carga inferior

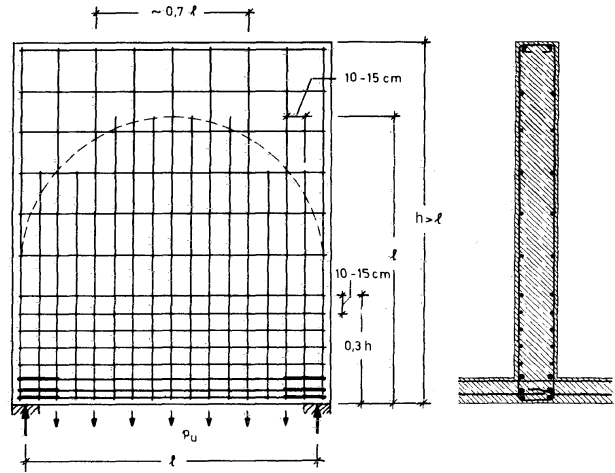


Figura 8: Armadura para “colgar” la carga inferior

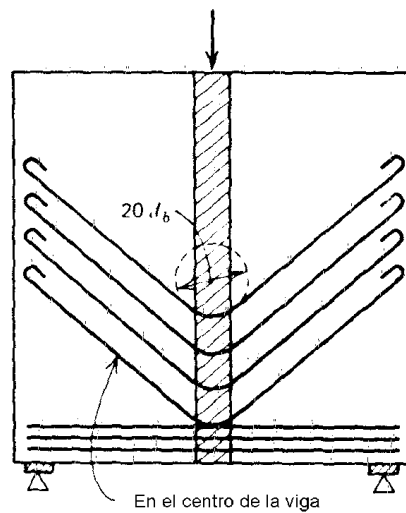


Figura 9: Armadura adicional para cargas concentradas

### 1.3.2. Tensiones de compresión

Las tensiones de compresión deben ser menores que  $\frac{\beta_R}{2,1}$ . Esto se da si en el apoyo, la presión de apoyo no supera el valor:

- $p \leq 0,8 \frac{\beta_R}{2,1}$  en apoyos externos
- $p \leq 1,2 \frac{\beta_R}{2,1}$  en apoyos internos

Para el cálculo de la presión  $p$  se divide la reacción en el apoyo por el espesor de la viga y un ancho del apoyo en la dirección de la viga que no debe superar el 20% de la luz libre de la viga.



Si hubiese refuerzos de borde (costillas) o si la viga está indirectamente apoyada a través de placas transversales, debe verificarse que el esfuerzo de corte en el apoyo no supere el valor:

$$V \leq 0,10 L b \beta_R$$

donde  $b$  es el espesor de la viga. Si  $L > h$  se reemplaza  $L$  por  $h$  en esta fórmula.

#### 1.4. Dimensionamiento en estado II

La versión 2005 del reglamento CIRSOC 201, basado en la norma ACI 318, indica tratar como viga de gran altura aquellas con luces libres entre apoyos  $L \leq 4h$ , siendo  $h$  la altura total de la viga. Asimismo los casos de vigas con cargas concentradas ubicadas a distancia menor que  $2h$  de los apoyos.

En todas esas zonas, el comportamiento de las secciones transversales no verifica las hipótesis de Bernoulli. Por otra parte bajo tensiones relativamente bajas se produce fisuración del hormigón que deja de comportarse como medio continuo.

En esos casos se puede utilizar el modelo de reticulado de Mörsch, e imaginar la viga trabajando como un reticulado con bielas de compresión, aportadas por el hormigón, y bielas de tracción, conformadas por la armadura.

Para el dimensionamiento de estas vigas la ACI 318 proporciona un procedimiento simplificado:

- La resistencia la corte nominal de la viga no debe ser mayor de:

$$V_n = \frac{5}{6} \sqrt{f'_c} b d$$

donde  $b$  es el espesor de la viga; y  $d$  la profundidad del baricentro de armadura traccionada.

- La armadura mínima debe ser:

- armadura vertical:

$$A_v \geq 0,0025 b s_v$$

con una separación:

$$s_v \leq \frac{d}{5} \leq 300mm$$

- armadura horizontal:

$$A_s \geq 0,0015 b s_h$$

con una separación:

$$s_h \leq \frac{d}{5} \leq 300mm$$

En lugar de colocar las armaduras mínimas indicadas en ese procedimiento simplificado, se puede calcular la armadura necesaria utilizando un modelo de bielas.

Para ello hay que trazar un conjunto de bielas que, formando un reticulado, transmitan las cargas hasta los apoyos. Este trazado no es único: pueden dibujarse distintos reticulados que sirvan a tal efecto. De ellos la estructura utilizará aquel que le represente movilizar menor cantidad de energía.

En la figura 10 se muestra un ejemplo sencillo.

Para trazar el reticulado se adopta el ancho de las bielas y en función de esas dimensiones se tendrán las longitudes de bielas y sus ángulos. Resuelto estáticamente el reticulado se obtienen

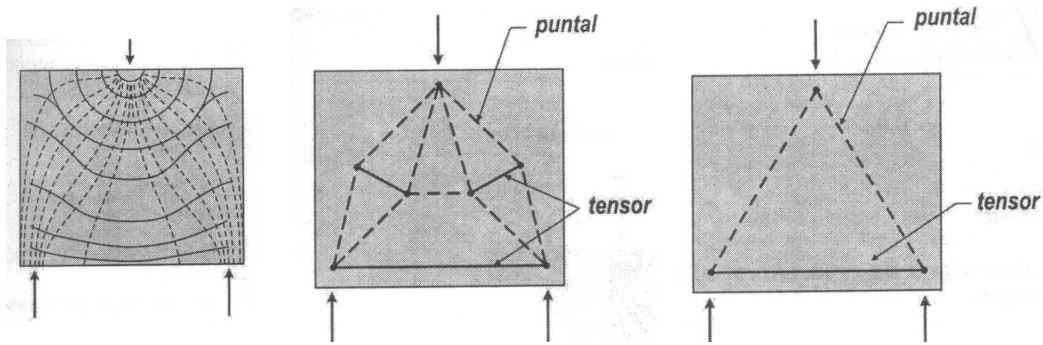


Figura 10: Modelo de bielas

los esfuerzos en las bielas y se verifican las tensiones en cada una. Si fuese necesario se modifican las dimensiones asumidas para las bielas y se rehace el cálculo.

Debe colocarse la armadura necesaria para cubrir la tracción en las bielas traccionadas. Las tensiones en bielas comprimidas, debe verificarse que sean resistidas por el hormigón.

Para un puntal se verifica:

$$F_u \leq \phi F_n$$

donde  $F_u$  es la carga mayorada en ese puntal calculada al resolver el reticulado;  $\phi$  es el factor de reducción de resistencia; y  $F_n$  la resistencia nominal de la biela.

La resistencia se verifica para las bielas comprimidas, para las traccionadas, y para la zona del nudo (zona nodal).

La resistencia de un puntal sin armadura es:

$$F_{ns} = A_c f_{cu}$$

Esta resistencia debe evaluarse en ambos extremos del puntal y tomar la menor de ambas. En la fórmula  $A_c$  es el área de la sección transversal del puntal, en el extremo considerado, y

$$f_{cu} = \beta_s 0,85 f'_c$$

siendo  $f'_c$  la resistencia a compresión especificada del hormigón, y  $\beta_s$  un factor que tiene en cuenta la forma del puntal:  $\beta_s = 1$  para puntales con sección constante;  $\beta_s = 0,75$  o  $\beta_s = 0,60$  para puntales con forma de “botella”; etc.

Las zonas nodales deben ser verificadas

$$F_{nn} = A_n f_{cu}$$

donde  $A_n$  es el área de la sección del nodo perpendicular a la recta de acción de  $F_u$ ; y la resistencia efectiva del hormigón en la zona nodal:

$$f_{cu} = \beta_n 0,85 f'_c$$

donde  $\beta_n = 1$  si al nodo sólo llegan bielas comprimidas;  $\beta_n = 0,8$  si llega un tensor; y  $\beta_n = 0,6$  si llegan 2 o más tensores.