

Capítulo 4

Estructura de edificios en altura

4.1 Introducción

La característica distintiva de edificios en altura es, desde el punto de vista estructural, la necesidad de resistir cargas horizontales. Así es que entre los estados de carga postulados para el diseño de la estructura, tendrán especial importancia aquellos debidos a cargas variables o accidentales. Las cargas horizontales pueden ser debidas al viento o a sismos. Excepcionalmente puede reconocer otras causas, como podría ser el caso de explosiones.

Las presiones del viento que inciden lateralmente en el edificio son, en el litoral argentino, la principal fuente de fuerzas horizontales para el cálculo estructural de edificios. La determinación de estas presiones está normalizada en el Reglamento CIRSOC 102.

En general en edificios que no sean demasiado esbeltos o demasiado flexibles (más precisamente, cuyo período natural de vibración se sitúa por debajo de 1 segundo), la acción del viento se traduce en una presión lateral que puede aceptarse actuando estáticamente. Las presiones del viento varían con la altura pero, conservativamente, pueden tomarse con valor constante resultando así, para edificios prismáticos, en un conjunto de fuerzas laterales uniformemente distribuidas con la altura. Esta aproximación es frecuentemente utilizada para describir la acción del viento (figura 4.1.a).

La actividad sísmica en nuestro país varía según la región y en las zonas de mediano o alto riesgo este estado de sollicitación pasa a ser determinante para el proyecto de la estructura. La acción del sismo es sustancialmente distinta de la anterior y se manifiesta como un movimiento de la base de la construcción. Sin embargo, para el cálculo antisísmico de edificios corrientes, un procedimiento reglamentario simplificado se basa en reemplazar la acción sísmica por un conjunto de fuerzas estáticas horizontales equivalentes. De modo que puede pensarse en la acción sísmica como la de un conjunto de cargas horizontales, al igual que en el caso del viento. La variación de esas fuerzas con la altura es diferente a la del viento y una aproximación usual consiste en suponer una distribución variable linealmente con la altura (figura 4.1.b). En algunos casos a este diagrama triangular de cargas suele agregarse una carga concentrada en el extremo superior a fin de mejorar la representación de las fuerzas equivalentes. El Reglamento INPRES-CIRSOC 103 contiene directivas para el cálculo antisísmico de edificios.

La estructura de un edificio debe poseer *resistencia* y *rigidez*. Resistencia para poder garantizar la seguridad mínima requerida frente a las posibilidades de colapso de la construcción. Rigidez para evitar desplazamientos o deformaciones excesivas, controlar las vibraciones y contribuir a la estabilidad del edificio. Las deformaciones excesivas, además de los problemas que podrían ocasionar por el uso habitual de la construcción, conducen generalmente a fallas en materiales o elementos no estructurales (vidrios, revoques, revestimientos, etc.). Las vibraciones excesivas

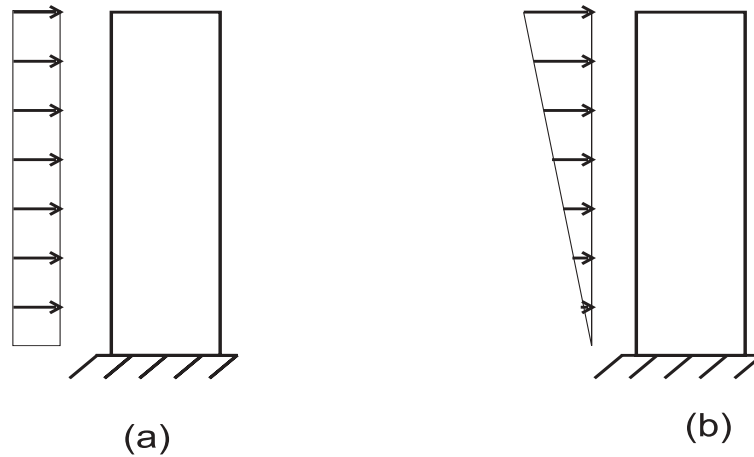


Figura 4.1: Cargas de viento y sismo sobre un edificio: (a) Cargas de viento; (b) Fuerzas sísmicas equivalentes

tienen incidencia en el confort de las personas o en la utilización de máquinas o equipos sensibles. En niveles excesivos pueden hacer intolerable la presencia de las personas y aún producir problemas en elementos o maquinarias allí dispuestos. La estabilidad del edificio, en su conjunto, exige una determinada rigidez mínima del mismo. En vista de lo indicado puede inferirse que la estructura debe ser suficientemente resistente y suficientemente rígida. A estas dos condiciones se agrega, en el caso particular de estructuras antisísmicas, el requerimiento de *ductilidad*. Esto es, la estructura debe en este caso ser capaz de sufrir suficientes deformaciones plásticas antes de alcanzar alguna forma de colapso.

Existen diversos sistemas estructurales con los que puede construirse el esqueleto de un edificio y en las secciones siguientes se mencionan aquellos más utilizados. Un sistema resultará eficiente si las condiciones de rigidez no hacen aumentar las secciones de los elementos estructurales más allá de los valores que poseen para cumplir las condiciones de resistencia. Existen rangos de altura para los cuales cada uno de los sistemas resulta adecuado.

Finalmente puede observarse que un edificio es, globalmente, un voladizo sujeto en su base y solicitado por cargas (axiales, laterales y momentos) a lo largo de toda su altura. Este simple esquema es fundamental para entender su funcionamiento.

4.2 Tipología estructural

4.2.1 Elementos constituyentes de la estructura

Los elementos que conforman la estructura de un edificio en altura pueden agruparse en *elementos principales* y *elementos de distribución*.

Elementos principales:

Son cada uno de los “voladizos” que forman la estructura principal del edificio. Se considerará aquí tres elementos básicos: pórtico, tabique y tubo. Los dos primeros son elementos planos y el tercero, espacial.

a) Pórtico:

También se lo llama *marco* (figura 4.2). Es un pórtico plano formado por vigas y columnas unidas rígidamente. Es un elemento estructural flexible. La deformación, para el caso de cargas

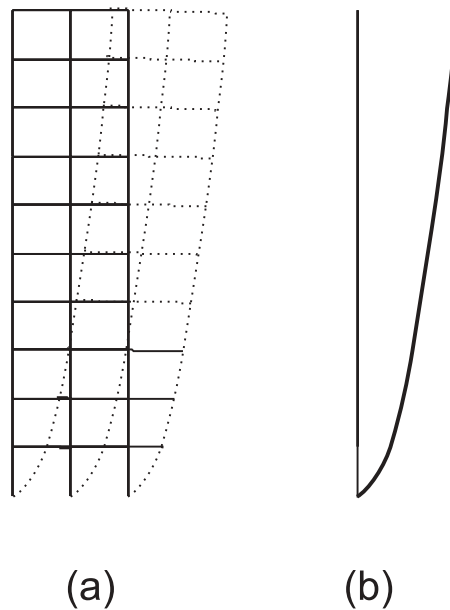


Figura 4.2: Pórtico. (a) Deformada; (b) Modo de deformación de corte

laterales, está dada principalmente por la flexión de columnas y vigas y, globalmente, se deforma en un modo de *corte* (figura 4.2.b). Las distorsiones de piso dependen del esfuerzo de corte global en cada piso: son mayores en los pisos inferiores.

b) *Tabique*:

También denominado pared, muro de corte o pantalla (figura 4.3). Es un voladizo de alma llena. Su deformación, frente a cargas horizontales, se produce en un modo de *flexión* (figura 4.3.b). La curvatura en cada sección depende del valor del momento flector y es máxima en la base.

c) *Tubo*:

Esta estructura consiste en un conjunto de vigas y columnas dispuestas sobre la periferia formando una especie de tubo perforado (figura 4.4). La distribución de tensiones entre sus elementos se aparta de la correspondiente a una viga de alma llena (figura 4.4.b). La deformación de este elemento es intermedia a las deformaciones de flexión y de corte mencionadas anteriormente.

Elementos de distribución:

Son elementos que vinculan a los elementos principales. El caso típico es el de las losas de un edificio. Estas trabajan solicitadas por fuerzas en su plano y establecen una vinculación entre los desplazamientos de los diferentes elementos principales. Deben poseer adecuada resistencia y rigidez. La rigidez de estos elementos es fundamental para efectuar la distribución de fuerzas en la estructura principal.

Si la losa es infinitamente rígida en su plano, con tres grados de libertad puede describirse el movimiento del piso correspondiente en ese plano. Esto simplifica el planteo de las ecuaciones de compatibilidad de deformaciones entre los distintos elementos estructurales. Una losa maciza de hormigón armado puede considerarse como suficientemente rígida en su plano. También puede serlo una losa alivianada siempre que la capa de compresión sea no inferior a un valor límite (generalmente 5 cm) y posea adecuada armadura de repartición. En general en lo que sigue se

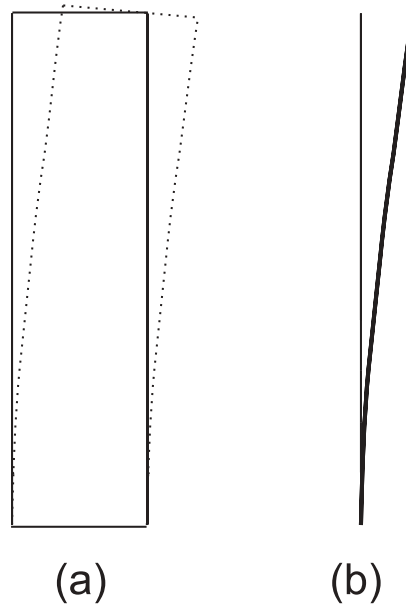


Figura 4.3: Tabique. (a) Deformada; (b) Modo de deformación de flexión

supondrá que las losas son suficientemente rígidas para caer dentro de este caso descripto.

El caso de losas o diafragmas flexibles en su plano requiere que se considere su flexibilidad y el número de grados de libertad se incrementa. En el caso límite, en que la rigidez del diafragma sea despreciable, cada elemento estructural se comportará independientemente del resto y cargándolo con las fuerzas que actúan en su zona tributaria puede estudiarse por separado. El problema así se simplifica. Un método simplificado de cálculo para tratar el caso de diafragmas flexibles consiste en interpretarlo como un caso intermedio al de los diafragmas infinitamente rígidos y aquellos de rigidez nula. La solución de cada uno de éstos, como se ha indicado, es fácil de hallar y combinándolos puede estimarse la solución para el caso de diafragmas flexibles. Un criterio para tener en cuenta esta flexibilidad indica, para losas de hormigón armado, combinar un 90% de las solicitaciones para losa infinitamente rígida con un 10% de las solicitaciones para la losa con rigidez nula. Para entrepisos pretensados esos coeficientes son 60% y 40% respectivamente, y para entrepisos de madera, 10% y 90% (Polyakov, 1974).

4.2.2 Sistemas estructurales:

Los elementos estructurales descriptos en el punto anterior se agrupan dando lugar a distintos sistemas estructurales. Cada uno de estos sistemas puede resultar adecuado para determinados rangos de alturas del edificio. Como se indicó anteriormente, al aumentar la altura del edificio se llega a un punto en el cual la rigidez (esto es la limitación de deformaciones) y no la resistencia pasa a ser limitante. Para alturas mayores las secciones estarían trabajando a tensiones inferiores a las admisibles, es decir se encontrarían sobredimensionados para poder cumplir los requerimientos de deformaciones máximas. Ese punto establece el límite económico de ese sistema estructural. Un edificio puede tener distintos sistemas estructurales según las distintas direcciones de análisis. Debe recordarse que en general basta con estudiar el comportamiento del edificio para acciones que lo solicitan según dos direcciones principales de su planta. A continuación se describen las principales sistemas estructurales.

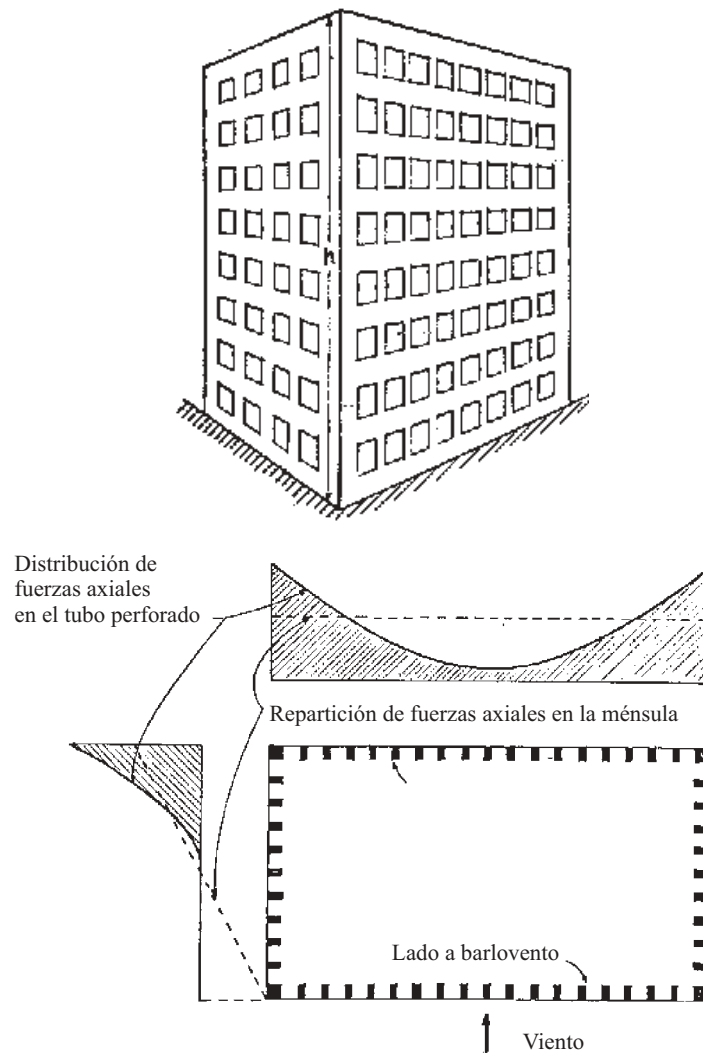


Figura 4.4: Tubo estructural. (a) Estructura del edificio; (b) Distribución de fuerzas normales en columnas

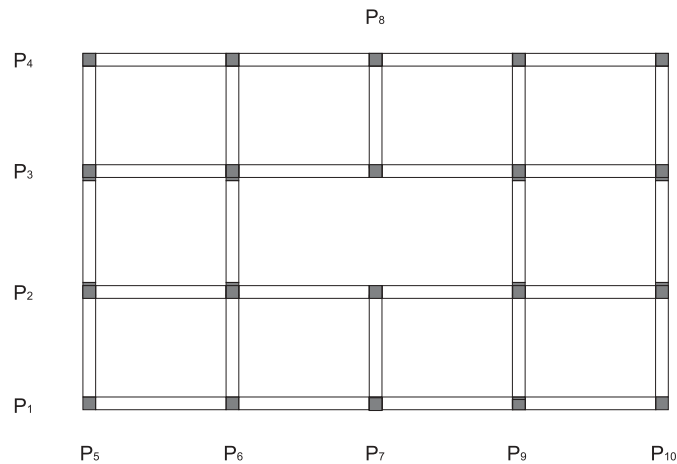


Figura 4.5: Sistema de pórticos

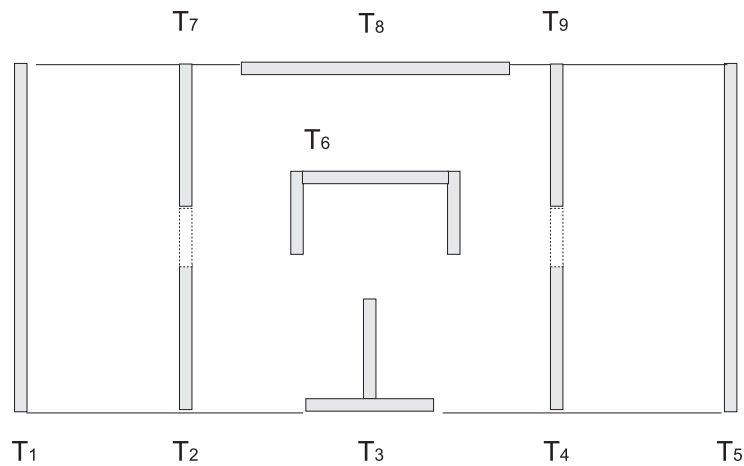


Figura 4.6: Sistemas de tabiques y tabiques acoplados

Sistemas de pórticos:

Este sistema está estructurado exclusivamente con pórticos (figura 4.5). Es un sistema flexible. Si se desea incrementar la rigidez debe incrementarse la sección (el momento de inercia a flexión) de las vigas o columnas, o disminuir la longitud de las vigas (por interposición de más columnas). Este sistema es eficiente para alturas no mayores de 15-20 pisos.

Sistema de tabiques y de tabiques acoplados:

En este sistema la resistencia a cargas horizontales está confiada exclusivamente a tabiques (figura 4.6). El caso de tabiques acoplados se da cuando dos (o más) tabiques coplanares son conectados entre sí por medio de vigas (dinteles) a nivel de cada losa. Esto se presenta, por ejemplo, cuando un tabique debe ser perforado en cada piso para permitir el paso de una puerta. El acoplamiento de los tabiques confiere a éstos una mayor rigidez y mejora su comportamiento.

En la figura 4.7.a se ha representado el caso de dos tabiques coplanares unidos solamente por las losas. Como éstas poseen poca rigidez a flexión (fuera de su plano) se las ha representado con bielas, despreciando el momento que puedan transmitir. En ese caso, siendo dos tabiques

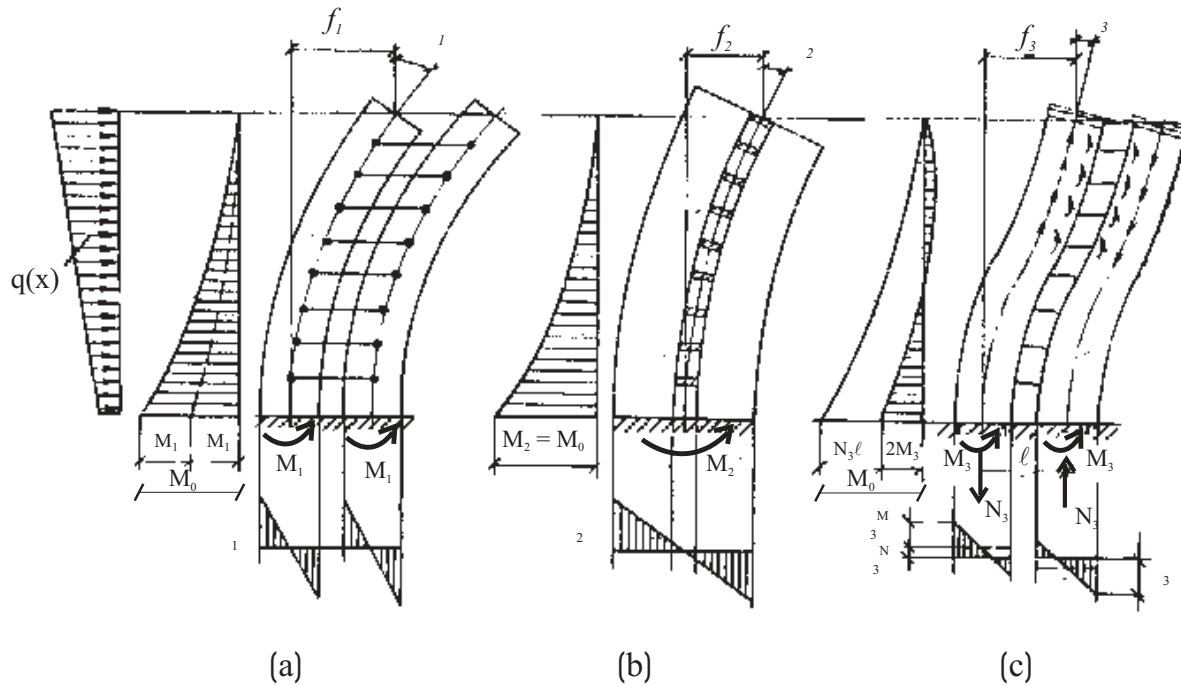


Figura 4.7: Tabiques acoplados

iguales, cada uno por flexión resiste la mitad del momento flector que actúa sobre el conjunto. El diagrama de momentos flectores debido a cargas externas se representa con línea llena. En esa figura corresponde al caso de un estado de cargas variables linealmente con la altura y su valor en la base es M_0 . Cada tabique toma un momento $M_1 = \frac{M_0}{2}$ y las tensiones máximas son σ_1 .

En la figura 4.7.b se ha representado el caso límite opuesto: las vigas de conexión se suponen infinitamente rígidas. En este caso el conjunto se comporta como un solo voladizo y el momento flector en la base del mismo es $M_2 = M_0$. Las tensiones σ_2 son ahora menores que en el caso anterior.

La situación real de los tabiques acoplados es intermedia entre ambos. Los dinteles tienen una rigidez finita y la deformación correspondiente será como se muestra en la figura 4.7.c. Los dinteles trabajan al corte y sus reacciones producen esfuerzos normales en los tabiques. El momento total es absorbido en parte por flexión en cada uno y en parte por la cupla resultante de fuerzas axiales:

$$M_0 = 2M_3 + N_3\ell \quad (4.1)$$

En general el segundo término es mayor que el primero y las tensiones máximas σ_3 , de flexo-compresión (o flexotracción), son menores que las que se tendrían en el caso de la figura 4.7.a, aunque mayores que las del caso 4.7.b.

Un punto crucial en esta estructura lo constituyen sus dinteles. Están solicitados a grandes esfuerzos de corte y en estructuras antisísmicas se requiere de ellos una gran ductilidad.

Los sistemas en base a tabiques y tabiques acoplados son eficientes para alturas de edificios da hasta 20-30 pisos.

Sistema de pórticos y tabiques:

Es un sistema de buen comportamiento. En él coexisten pórticos y tabiques actuando en la misma dirección. Cada uno de ellos contribuye a suplir las falencias del otro. La deformación del pórtico es del tipo de *corte* y la del tabique, de *flexión* (figura 4.8). Bajo la suposición de diafragmas rígidos en cada piso, las deformaciones de ambos tipos de estructuras están obligados a igualarse y así la deformada será en un modo intermedio (figura 4.8). En los pisos inferiores el pórtico se deforma mucho y el tabique muy poco. Este último absorberá la mayor parte del esfuerzo cortante de las cargas externas en esos pisos y el pórtico se “apoya” en el tabique. En los pisos superiores, por el contrario, la deformación relativa del pórtico es pequeña y la del tabique, grande. En este caso el esfuerzo cortante externo es soportado por el pórtico y el tabique se “cuelga” de él. En la figura 4.8.a se indican las fuerzas de interacción entre ambos y en la figura 4.8.b los diagramas de esfuerzos de corte total sobre el conjunto y la parte que toma cada uno de estos elementos. Como se indicó, este sistema es bastante eficiente y se ha llegado a construir edificios de hasta 40 pisos.

Sistema de viga-pared escalonada:

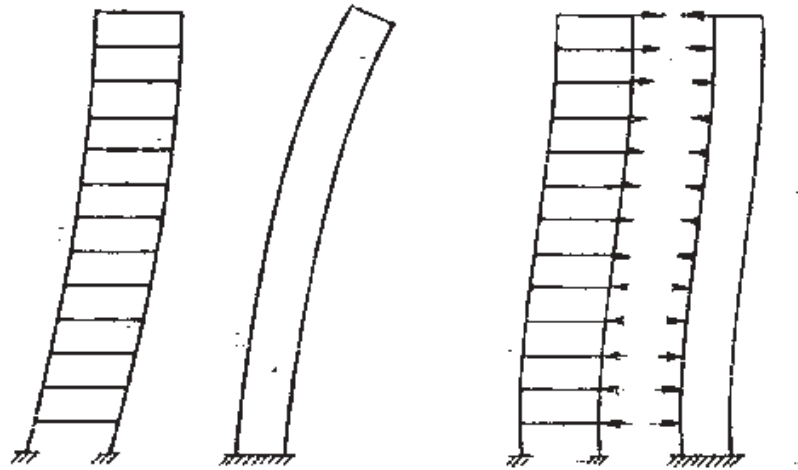
Este es un sistema relativamente nuevo, de utilización en caso de construcciones prismáticas alargadas como pueden ser edificios públicos, monoblocks, etc. La estructura transversal está esquematizada en la figura 4.9. En cada piso hay tabiques que se van alternando tanto en planta como en altura. En la figura 4.9.b se muestra un esquema en alzada de dos planos resistentes sucesivos. En la misma figura se ha indicado la deformada que adoptaría cada uno de esos planos resistentes individualmente. Nuevamente la deformación de ellos está limitada por su conexión a través de diafragmas rígidos. Por ejemplo en la planta baja el plano resistente k es muy flexible al tener solamente dos columnas trabajando a flexión, pero el plano $k + 1$ es muy rígido pues está lleno con un tabique. Como resultado ese piso se deformará muy poco. Para el resto de los pisos vale un análisis similar. El edificio finalmente tendrá deformaciones como las mostradas en la figura 4.9.c. Debe destacarse que este sistema precisa diafragmas rígidos y que el trabajo de éstos en la transmisión de esfuerzos entre los diferentes planos resistentes es crucial para el funcionamiento del sistema. Los diafragmas horizontales deben por lo tanto ser adecuadamente dimensionados para trabajar bajo cargas en su plano. La ventaja de este sistema es la posibilidad de obtener grandes luces libres (del orden de 7 a 20 m). Se han construido edificios de hasta 40 pisos con este tipo de estructuras.

Sistemas de tubos estructurales:

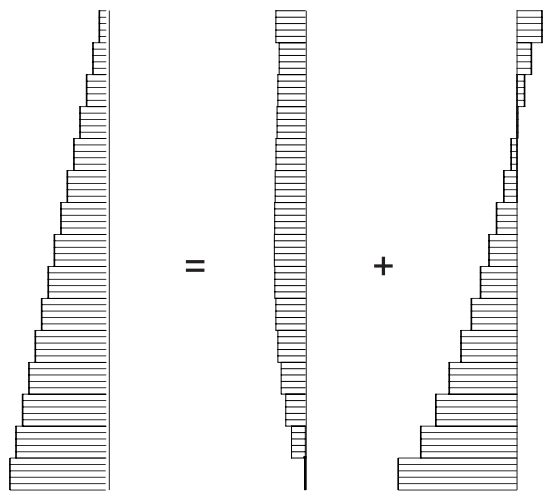
Este sistema, que utiliza el elemento de la figura 4.4 tiene la ventaja de poder disponer de columnas más próximas entre sí y tener mayor sección en vigas y columnas que en el caso de pórticos. La separación entre columnas es del orden de 1,5 a 3 m y la altura de vigas puede ser de 0,60 a 1,50 m.

Entre las ventajas de este sistema puede mencionarse:

- Presenta mejor distribución de la estructura, al ubicarla en el perímetro (mayor momento de inercia de la sección global); a la vez que confiere una buena resistencia y rigidez a la torsión del edificio.
- Las columnas y vigas interiores son solamente para resistir las cargas gravitacionales. Esto posibilita una tipificación de la construcción.



(a)



Q_{total}

$Q_{portico}$

$Q_{tabique}$

(b)

Figura 4.8: Sistema pórtico-tabique

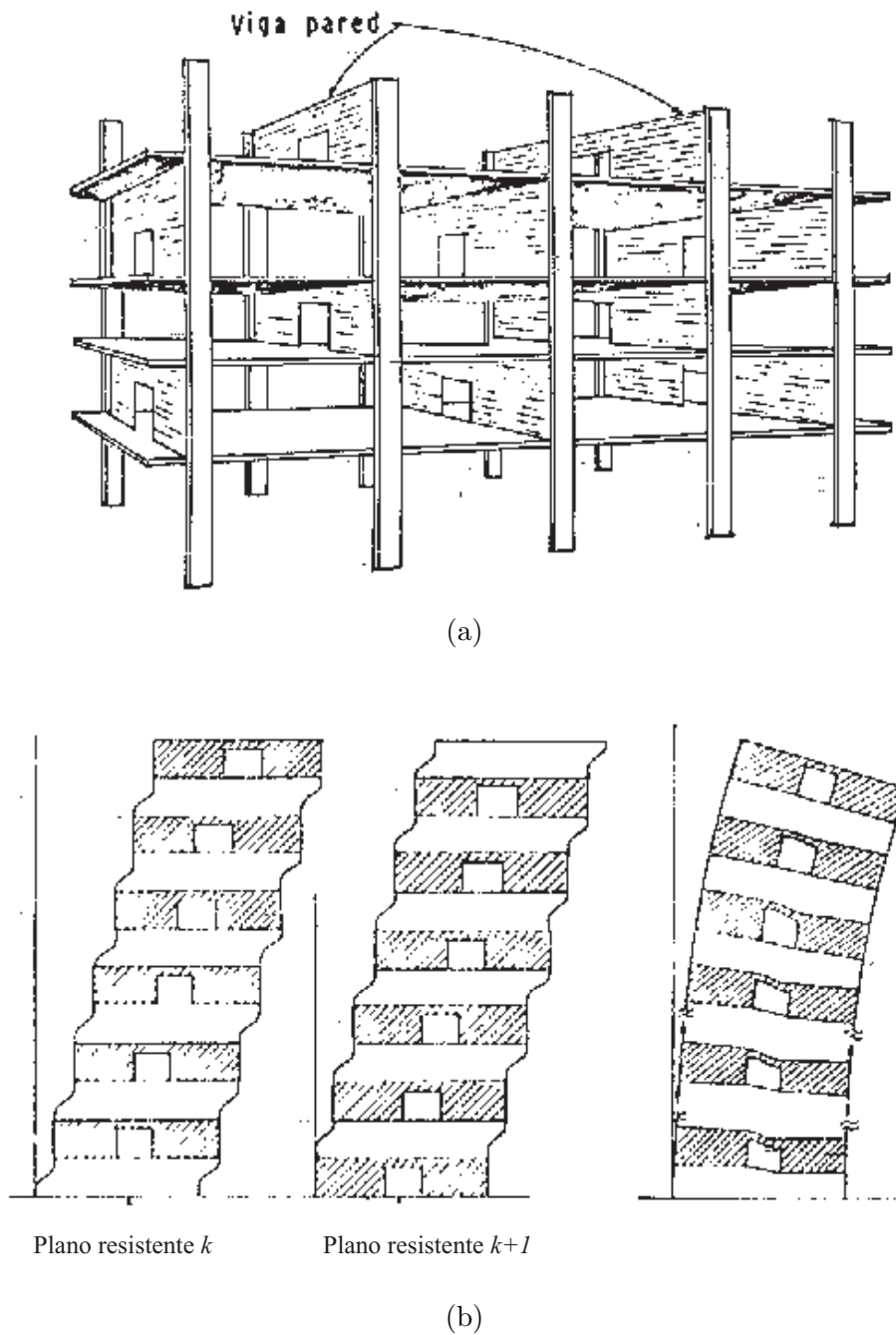


Figura 4.9: Sistema de viga-pared escalonada

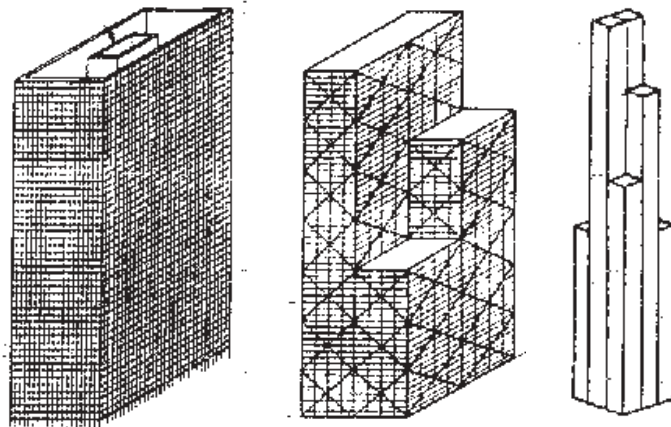


Figura 4.10: Sistemas de tubos incluidos y tubos combinados

- Puede darse mejor aprovechamiento al espacio interior.

Con este sistema, y sus variantes: tubos incluidos (*tube-in-tube*), tubos combinados o tubos con diagonales en fachada (figura 4.10), se han construido los edificios más altos en las décadas de 1970-1980: con alturas entre 50 y 100 pisos.

Sistemas de tabiques centrales con vigas de transferencia a columnas:

Los edificios más altos que se han proyectado, poseen una estructura que consiste en un gran tabique (usualmente un tubo estructural) ubicado en el centro de la planta del edificio, y una cantidad de megacolumnas ubicadas en la periferia. Hay una cantidad pequeña de grandes vigas de transferencia (usualmente 3 o 4 para un edificio de más de 100 pisos) que conectan el tabique con las columnas. De esta forma éstas últimas colaboran con el tabique en la absorción del momento flector global, y el tabique se encarga de resistir el esfuerzo de corte global. Con este sistema se han proyectado edificios del orden de 125 pisos.

4.3 Solicitaciones en la estructura

4.3.1 Solicitaciones globales

Se ha indicado que un edificio bajo fuerzas de viento o sismo puede mirarse globalmente como un voladizo con cargas transversales. De las definiciones introducidas en la sección 4.2 puede desprenderse que la estructura principal del edificio será interpretada como un conjunto de planos resistentes, o elementos estructurales, cada uno de ellos trabajando como voladizos y conectados entre sí por losas o diafragmas en cada piso. Puede haber elementos estructurales coplanares, como en el caso de los pórticos P_7 y P_8 de la figura 4.5, o cada elemento pertenecer a un plano distinto. Por facilidad del dibujo, esta última situación se ha representado en la figura 4.12. Allí se indica también la nomenclatura a seguir. Los pisos se numeran desde abajo hacia arriba, N es la cantidad de pisos y n un piso genérico. La altura total desde la base será H_n para el piso n y se designará con h_n a la altura relativa de ese piso. En la planta hay K elementos estructurales, siendo k un elemento genérico. Cada uno de estos elementos estructurales puede ser un pórtico, un tabique, porticos y tabiques, tabiques acoplados, etc.

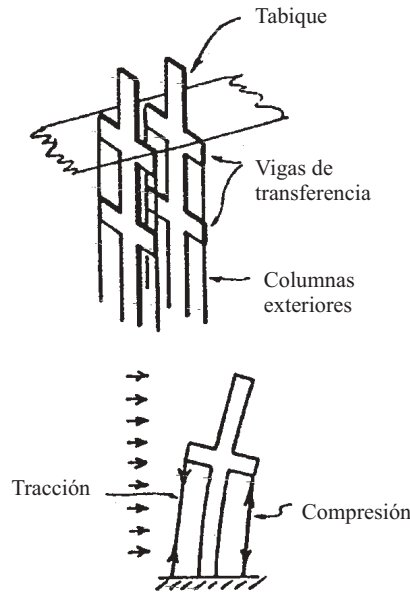


Figura 4.11: Sistemas de tabiques con vigas de transferencia

Un voladizo con carga distribuida uniformemente posee un diagrama de esfuerzos de corte lineal y uno de momentos flectores parabólico, ya que resultan de integrar una y dos veces, respectivamente, el diagrama de cargas. Si la carga varía linealmente con la altura, el diagrama de corte es ahora de segundo grado mientras que el del momento flector es de tercer grado.

A los efectos del análisis estructural las acciones sobre el edificio se considerarán concentradas a nivel de cada piso. En el caso de la acción del viento las presiones laterales multiplicadas por el ancho del edificio B dan un diagrama de cargas distribuidas q variables, en general, con la altura z . Las fuerzas concentradas en cada piso se obtienen multiplicando q por el área tributaria de cada losa. Suponiendo que la carga es constante, la fuerza concentrada en el piso n será:

$$F_n = q \frac{h_n + h_{n+1}}{2} \quad (4.2)$$

En el caso de acciones sísmicas, los reglamentos proporcionan un estado de fuerzas estáticas equivalentes F_n en cada piso.

En posesión de este conjunto de fuerzas pueden calcularse fácilmente para cada piso los valores de esfuerzo cortante y momento flector globales sobre el edificio. Este cálculo no ofrece dificultad ya que el esquema es isostático: una viga en voladizo. Así puede escribirse:

$$Q_n = \sum_{i=n}^N F_i \quad (4.3)$$

y

$$M_n = \sum_{i=n}^N F_i (H_i - H_{n-i}) \quad (4.4)$$

o bien

$$M_n = \sum_{i=n}^N \Delta M_i = \sum_{i=n}^N Q_i h_i \quad (4.5)$$

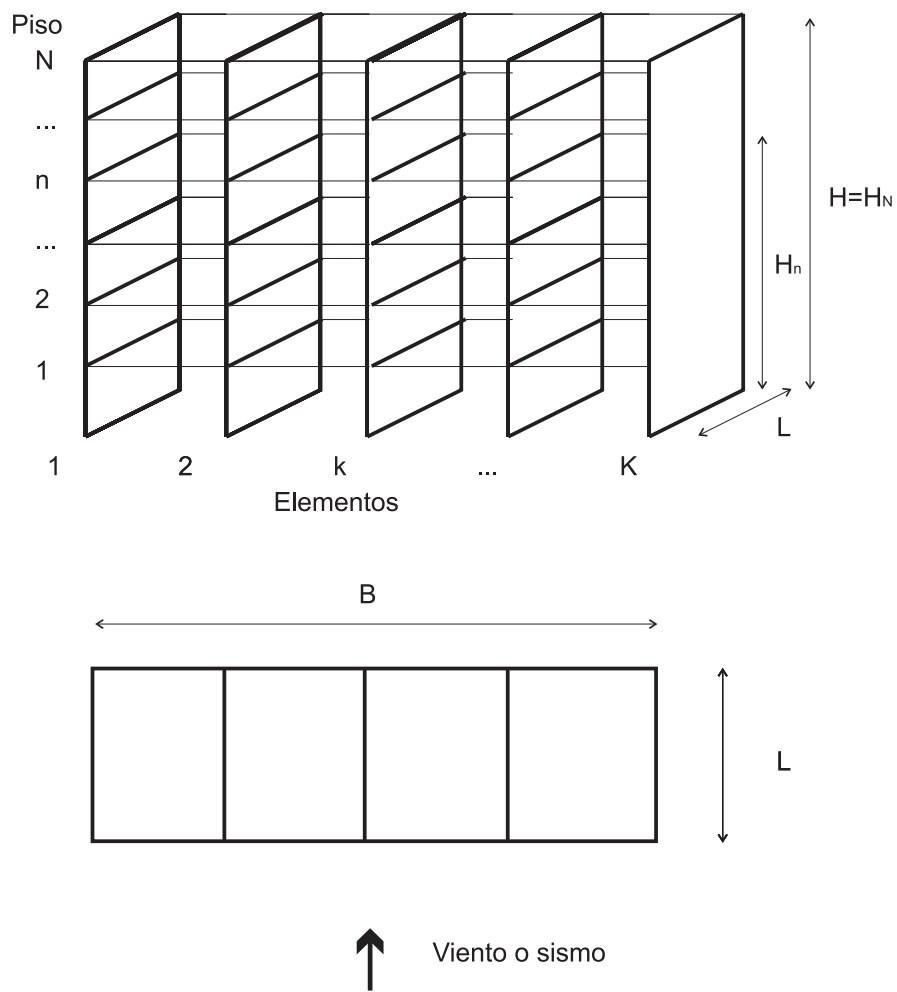


Figura 4.12: Estructura del edificio

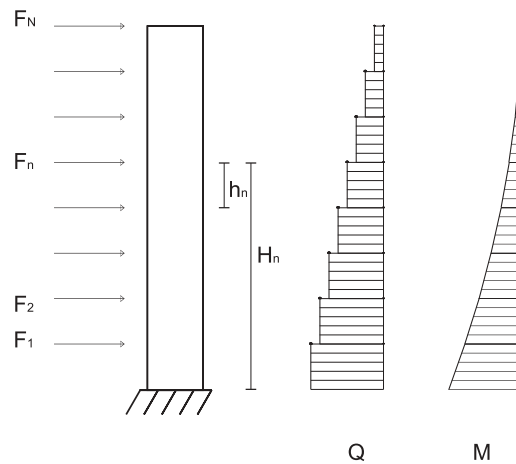


Figura 4.13: Diagramas de solicitaciones para fuerzas de viento

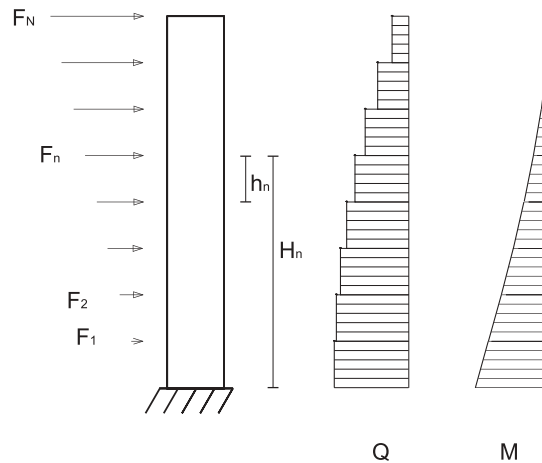


Figura 4.14: Diagramas de solicitaciones para fuerzas de sismo

siendo F_i , Q_i y M_i los valores de fuerza concentrada, esfuerzo cortante y momento flector en el piso i .

Si se considera la presión del viento constante con la altura, por el hecho de trabajar con fuerzas concentradas en cada piso los diagramas de esfuerzo de corte y momento flector son los indicados en la figura 4.13.

Las fuerzas sísmicas, concentradas en cada piso, variables linealmente con la altura, conducen a diagramas como el de la figura 4.14.

4.3.2 Solicitaciones en los elementos estructurales:

Para dimensionar la estructura se precisa calcular las solicitaciones en cada uno de los elementos estructurales. En la sección anterior se delineó la determinación de solicitaciones para el edificio completo, visto como un voladizo y por tanto isostático. El cálculo de las solicitaciones en cada elemento estructural enfrenta al ingeniero con un problema hiperestático, generalmente con un número grande de incógnitas hiperestáticas.

Cabe aquí recordar lo que se entiende por *solicitaciones*. Se trata de *fuerzas internas* o *esfuerzos internos* y como tales deben diferenciarse de las *fuerzas externas* o *cargas*, dado que

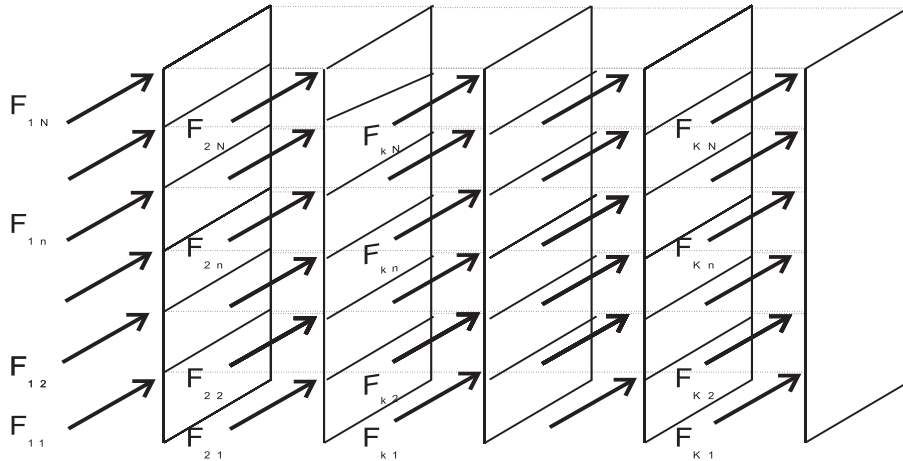


Figura 4.15: Fuerzas sobre los planos resistentes

son de naturaleza diferente. Las cargas externas que actúan sobre una estructura pueden ser fuerzas concentradas, distribuidas (sobre líneas o sobre superficies), momentos concentrados o distribuidos, etc. Las *solicitaciones* o *esfuerzos internos* son ejercidos por una parte de la estructura sobre otra y así pueden ser representados por tensiones normales o tangenciales, o resultantes de dichas tensiones: esfuerzos normales, esfuerzos cortantes, momentos flectores o momentos torsores. No debe pues confundirse solicitaciones con cargas.

Imaginando que las cargas exteriores se transmiten a los diafragmas o losas, y de éstas a cada elemento estructural, se puede identificar la fuerza que a nivel de cada piso ejerce la losa sobre cada elemento. Estas fuerzas externas a los elementos principales surgen ahora de las fuerzas de interacción que las losa ejercen sobre ellos y están indicadas en la figura 4.15, designándose como F_{kn} , haciendo referencia con el primer índice k al elemento estructural y con el segundo n al nivel. Puede verse en esa figura que para llegar a determinar las fuerzas sobre cada elemento es necesario calcular $N \times K$ fuerzas incógnitas. Como es habitual en estructuras hiperestáticas para resolver el sistema de ecuaciones debe plantearse, además de las ecuaciones de equilibrio, cantidad suficiente de ecuaciones de compatibilidad de deformaciones.

La fuerza externa total sobre el nivel n se obtiene sumando las fuerzas de cada elemento estructural en ese nivel:

$$F_n = \sum_{k=1}^K F_{kn} \quad (4.6)$$

Esa ecuación representa las ecuaciones de equilibrio. Las relaciones fuerza-desplazamiento pueden escribirse de la siguiente forma. El desplazamiento del elemento k en el piso n es:

$$\delta_{kn} = \sum_{j=1}^N f_{nj}^k F_{kj} \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (4.7)$$

donde los f_{nj}^k son coeficientes de *flexibilidad* que representan para el elemento k el desplazamiento en el nivel n cuando actúa solamente una fuerza unitaria en el nivel j . Una relación inversa a esta puede escribirse:

$$F_{kn} = \sum_{j=1}^N K_{nj}^k \delta_{kj} \quad (4.8)$$

Los coeficientes K_{nj}^k se denominan coeficientes de *rigidez*. Estos pueden agruparse en una matriz de N filas por N columnas \mathbf{K}^k . Los coeficientes de flexibilidad también pueden agruparse en una matriz \mathbf{f}^k de $N \times N$. Estas dos matrices son cada una inversa de la otra

$$\mathbf{K}^k = (\mathbf{f}^k)^{-1} \quad (4.9)$$

Como el sistema es hiperestático es necesario escribir las condiciones de compatibilidad de deformaciones. Si las losas pueden ser consideradas diafragmas rígidos en su plano, los desplazamientos horizontales de todos los elementos estructurales, en un nivel dado n , están vinculados entre sí por la condición de movimiento rígido del piso en su plano. Ese desplazamiento tiene a lo sumo 3 grados de libertad: dos componentes de traslación horizontal y una rotación en su plano.

El caso más simple se da cuando no hay rotación de la planta (torsión del edificio). Si los elementos están dispuestos según la dirección en que se produce el movimiento, la condición de compatibilidad a cumplir por el piso n será:

$$\delta_{kn} = \delta_n \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, K \quad (4.10)$$

donde δ_n es el corrimiento horizontal del piso n , común a todos los elementos k .

El sistema de ecuaciones a resolver está formado por las ecuaciones de equilibrio 4.6, de relación fuerza-desplazamiento 4.8 y de compatibilidad 4.10. Reemplazando 4.10 en 4.8 y a su vez ésta en 4.6 se obtiene:

$$F_{kn} = \sum_{j=1}^N K_{nj}^k \delta_j \quad (4.11)$$

$$F_n = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^N K_{nj}^k \delta_j = \sum_{j=1}^N \left(\sum_{k=1}^K K_{nj}^k \right) \delta_j = \sum_{j=1}^N K_{nj} \delta_j \quad (4.12)$$

K_{nj} son los términos de la matriz de rigidez de la estructura y se obtienen por suma de las matrices respectivas de cada uno de los planos resistentes k :

$$K_{nj} = \sum_{k=1}^K K_{nj}^k \quad (4.13)$$

o bien en notación matricial

$$\mathbf{K} = \sum_{k=1}^K \mathbf{K}^k \quad (4.14)$$

Entre las fuerzas totales del edificio F_n y los desplazamientos de cada losa δ_n puede escribirse la relación inversa a 4.12:

$$\delta_n = \sum_{j=1}^N f_{nj} F_j \quad (4.15)$$

haciendo uso de la matriz de flexibilidad \mathbf{f} de la estructura completa.

Reemplazando 4.10 y 4.15 en 4.8

$$F_{kn} = \sum_{r=1}^N K_{nr}^k \sum_{j=1}^N f_{nj} F_j \quad (4.16)$$

Esta fórmula nos permite, una vez calculados los coeficientes de flexibilidad global y los coeficientes de rigidez de cada elemento estructural, evaluar las fuerzas F_{kn} en cada elemento y en

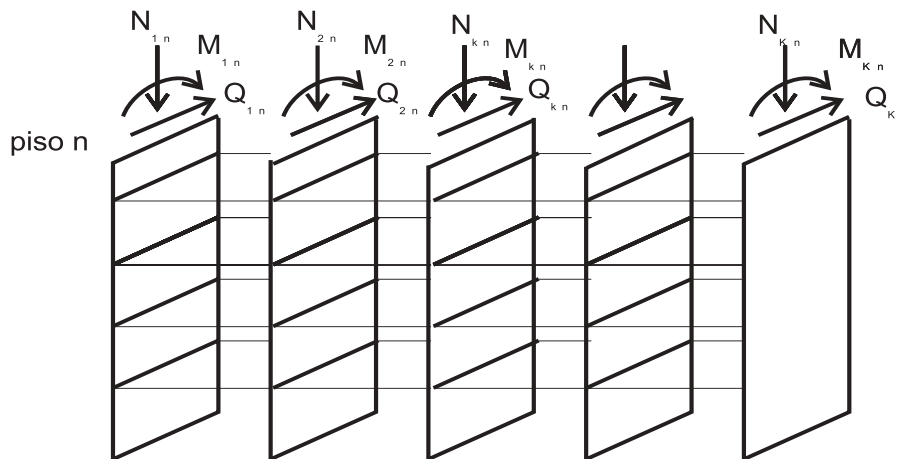


Figura 4.16: Solicitaciones en los planos resistentes

cada piso, a partir de las fuerzas globales de piso F_n . Vale decir, con 4.16 puede distribuirse las fuerzas de un piso entre sus elementos estructurales.

En notación matricial las ecuaciones 4.8, 4.12 y 4.15 se escriben:

$$\mathbf{F}^k = \mathbf{K}^k \delta^k \quad (4.17)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \delta \quad (4.18)$$

$$\delta = \mathbf{f} \mathbf{F} \quad (4.19)$$

siendo \mathbf{F}^k y δ^k vectores que contienen fuerzas y desplazamientos, respectivamente, del plano k , y \mathbf{F} y δ aquellos para la estructura global. La ecuación 4.16 de distribuciones de fuerzas se escribe:

$$\mathbf{F}^k = \mathbf{K}^k \mathbf{f} \mathbf{F} \quad (4.20)$$

4.3.3 Distribución del corte en cada piso

En lugar de intentar resolver directamente el sistema hiperestático, se seguirá a continuación un procedimiento que permite reducir la complejidad de los cálculos. Este procedimiento se basa en evaluar las solicitaciones globales en cada piso de edificio: Q_n , M_n y N_n debido a cargas horizontales. Se supondrá que las losas del edificio son infinitamente rígidas en su plano y de rigidez despreciable para acciones perpendiculares a ellas. Bajo estas hipótesis, el momento flector M_n produce solicitaciones normales y momentos flectores en cada uno de los elementos estructurales que se transmiten de los pisos superiores hacia los pisos inferiores en ese mismo elemento estructural. Algo similar sucede con los esfuerzos normales en los elementos, debidos a N_n . Pero el esfuerzo cortante Q_n , sujeto a la limitación de deformación del diafragma en su plano, se transmite a cada elemento estructural en función de la rigidez del mismo. Es decir el esfuerzo de corte en una columna, por ejemplo, no se transmite de un piso a otro sino que en cada piso los esfuerzos de corte entran en una “bolsa común” que será distribuido entre los diferentes planos estructurales de modo de mantener la compatibilidad de deformaciones (figura 4.16).

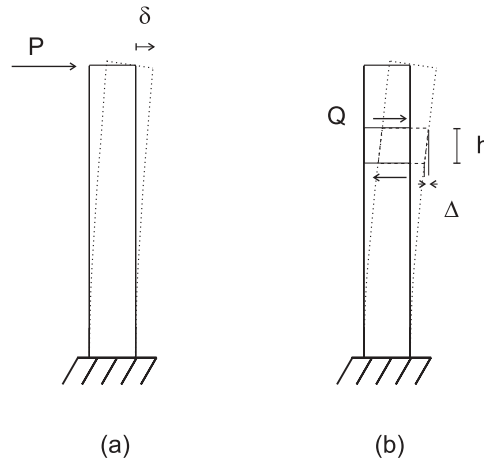


Figura 4.17: Definiciones de rigidez

Concepto de rigidez

Existen diversas definiciones de rigidez para un elemento estructural. En general tiene la forma de una acción (fuerza) que produce un desplazamiento unitario. A continuación se introducirán dos definiciones para un elemento en voladizo. Una de ellas está dada por la expresión

$$R = \frac{P}{\delta} \quad (4.21)$$

siendo P la fuerza transversal que actúa en el extremo del voladizo y δ el desplazamiento producido en la dirección de la fuerza (figura 4.17.a).

Otra es la *rigidez de piso* dada por:

$$R_p = \frac{Q}{\Delta} \quad (4.22)$$

con el mismo sentido que la definición anterior, siendo ahora Q la fuerza de corte en un piso y Δ el desplazamiento relativo del mismo (figura 4.17.b).

En ambos casos la rigidez es un escalar con unidades de fuerza dividida por longitud (kgf/cm, N/m, t/cm, etc.). En la sección anterior se introdujo el concepto de matriz de rigidez, donde cada término de la matriz representa una fuerza según un grado de libertad determinado que corresponde a un desplazamiento unitario en otro grado de libertad.

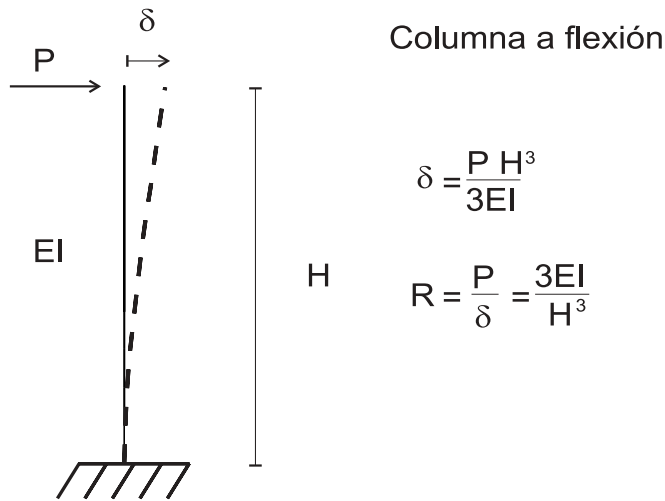
En la figura 4.18 se dan dos ejemplos de rigideces para: una columna en voladizo y un pórtico simple con viga infinitamente rígida, ambos ejemplos con columnas que se deforman solamente por flexión.

Como se verá más adelante, para distribuir las solicitaciones entre los elementos resistentes se precisan valores relativos de rigidez. Por tanto es habitual calcular rigideces relativas y en ese caso algún factor común, tal como $12EI_r/h^3$, puede omitirse. I_r en esta expresión es un momento de inercia de referencia.

Ejemplos:

- 1) Para una columna simple (figura 4.19.a) de hormigón armado ($E = 210000 \text{ kg/cm}^2$) de altura $h = 4,00 \text{ m}$, y sección cuadrada de 50 cm de lado, la rigidez vale

$$R = \frac{3EI}{h^3} = 5128,59 \text{ Kg/cm}$$

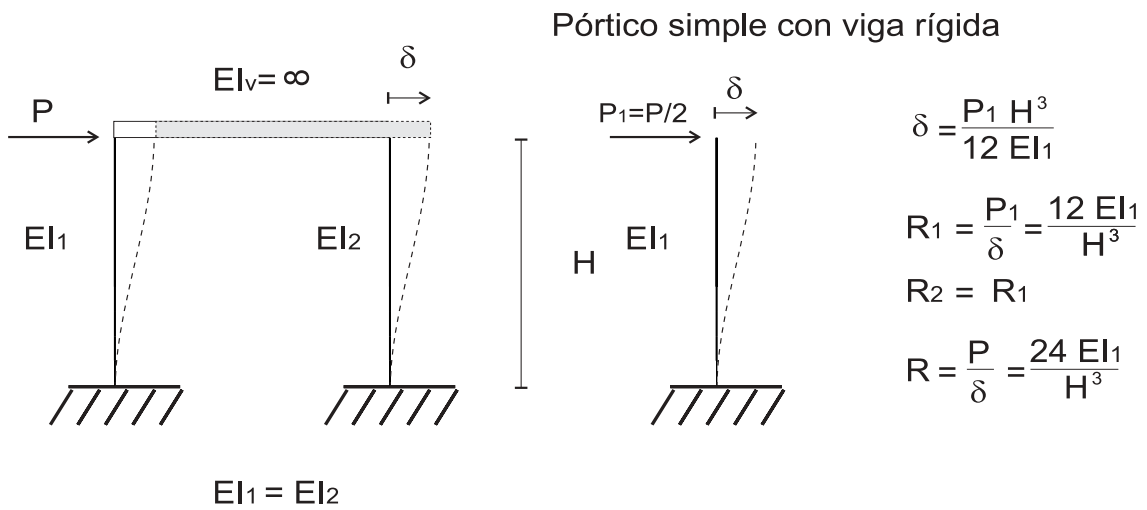


Columna a flexión

$$\delta = \frac{P H^3}{3EI}$$

$$R = \frac{P}{\delta} = \frac{3EI}{H^3}$$

(a)



Pórtico simple con viga rígida

$$\delta = \frac{P_1 H^3}{12 EI_1}$$

$$R_1 = \frac{P_1}{\delta} = \frac{12 EI_1}{H^3}$$

$$R_2 = R_1$$

$$R = \frac{P}{\delta} = \frac{24 EI_1}{H^3}$$

$$EI_1 = EI_2$$

(b)

Figura 4.18: Rigidez de una columna deformada por flexión y de un pórtico simple

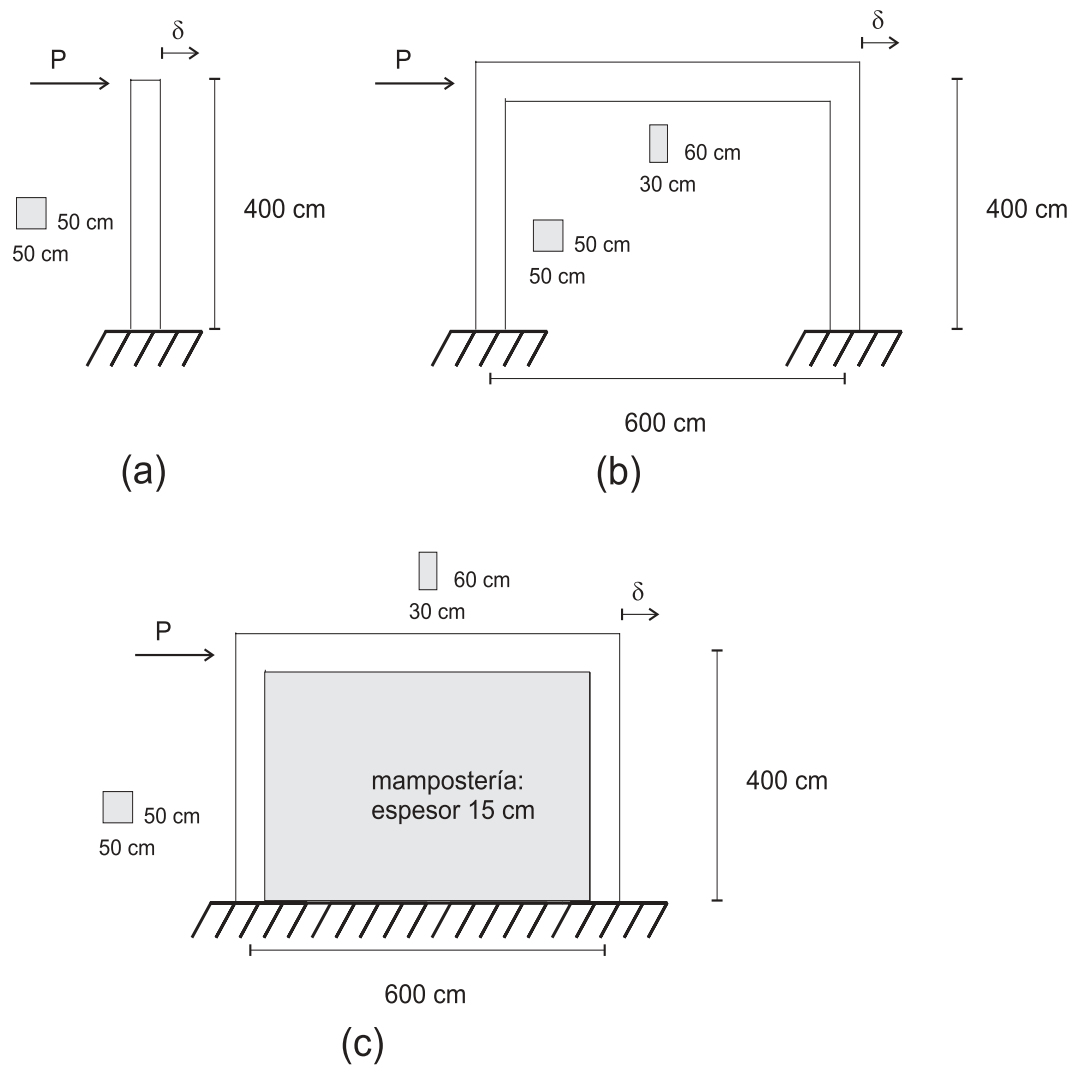


Figura 4.19: Ejemplos de rigidez de columnas de hormigón armado y muros de mampostería

2) Un pórtico simple (figura 4.19.b) de hormigón armado, con los mismos valores de E y h que el ejemplo anterior, con luz entre columnas $l = 6,00$ m, y con secciones de 50×50 cm para las columnas y de 30×60 cm para las vigas, tiene una rigidez que puede evaluarse con la expresión:

$$R = \frac{0,5 + 3r}{2 + 3r} \frac{12EI_1}{h^3}$$

Esta expresión se discutirá más adelante al tratar las rigideces de pórticos, pero aquí significan:

$$r = \frac{k_c}{k_v} = 1,03$$

$$k_c = \frac{I_c}{h}$$

$$k_v = \frac{I_v}{l}$$

de donde

$$R = 14.200 \text{ kg/cm}$$

3) Si el mismo pórtico anterior se rellena con un muro de mampostería de 15 cm de espesor, considerando las deformaciones por flexión y corte, resulta (figura 4.19.c)

$$R = 1.340.000 \text{ kg/cm}$$

Planta con elementos resistentes según dos planos ortogonales

Se considera aquí el caso de una planta de un edificio para la cual los elementos resistentes están orientados según dos direcciones principales de inercia (direcciones ortogonales) (figura 4.20). El análisis es válido para otras situaciones más generales, pero con este caso se podrá ejemplificar más sencillamente los conceptos.

a) Centro de rigidez

Se denomina con R_{xi} la rigidez de piso de un elemento i , según la dirección x , y con R_{yj} la rigidez de un elemento j según la dirección y . Un elemento puede tener rigideces en ambas direcciones, como un tabique o caja de circulaciones verticales, o bien una columna, pero también puede ser que alguna de las rigideces R_x o R_y sea despreciable, como es el caso de la rigidez de tabiques o pórticos planos, en dirección perpendicular a su plano. Considérese un sistema de referencias (x', y') , la ubicación del elemento i puede expresarse por sus coordenadas (x'_i, y'_i) .

La rigidez total de la planta en dirección x puede obtenerse sumando las contribuciones de cada elemento (esto puede corroborarse por lo indicado en la subsección siguiente, o en la figura 4.24-a) :

$$R_{xT} = \sum R_{xi} \quad (4.23)$$

y análogamente para la dirección y :

$$R_{yT} = \sum R_{yj} \quad (4.24)$$

calculando los momentos estáticos, de primer orden, de las rigideces pueden determinarse las coordenadas de *Centro de Rigidez* (CR) de la planta:

$$x'_R = \frac{\sum R_{yj} x'_j}{R_{yT}} \quad (4.25)$$

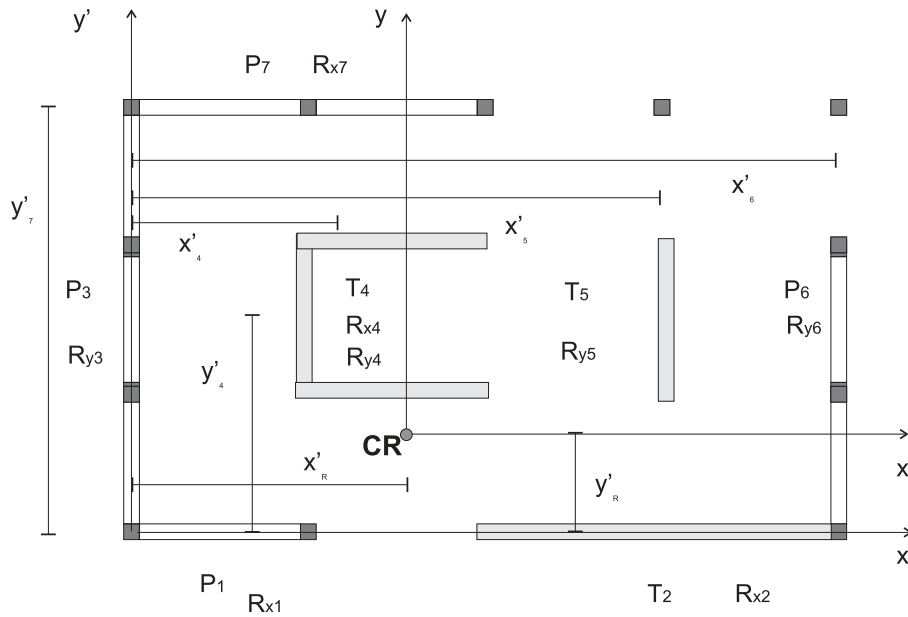


Figura 4.20: Planta con elementos resistentes según dos direcciones ortogonales

$$y'_R = \frac{\sum R_{xi}y'_i}{R_{xT}} \quad (4.26)$$

Y en ese punto ubicar un sistema de ejes (x, y) paralelos a x' e y' . Análogamente a lo que sucede en la estática de superficies, puede calcularse “momento de inercia” de rigideces:

$$J_x = \sum R_{xi}y_i^2 = \sum R_{xi}y_i'^2 - R_{xT}y_R'^2 \quad (4.27)$$

$$J_y = \sum R_{yj}x_j^2 = \sum R_{yj}x_j'^2 - R_{yT}x_R'^2 \quad (4.28)$$

y una suerte de “momento polar”

$$J_R = J_x + J_y \quad (4.29)$$

El cálculo manual de estas cantidades puede organizarse en una tabla como la siguiente:

i	R_{xi}	y'_i	$R_{xi}y'_i$	$y_i'^2$	$R_{xi}y_i'^2$
1					
2					
...					
	R_{xT}		$\sum R_{xi}y'_i$		$\sum R_{xi}y_i'^2$

y otra análoga para las rigideces R_{yj} .

b) *Movimiento plano:*

Si el edificio está sometido a la acción del viento la resultante de fuerzas externas estará centrada en la pared exterior del mismo. Si está sometido a la acción del sismo, la resultante estará en el centro de masas. En ambos casos si la resultante de cargas externas pasa por el centro de rigidez de la planta se producirá una traslación de la misma según la dirección de las fuerzas externas. Si la resultante de cargas no pasa por el centro de rigidez se producirá una traslación y una rotación de la planta.

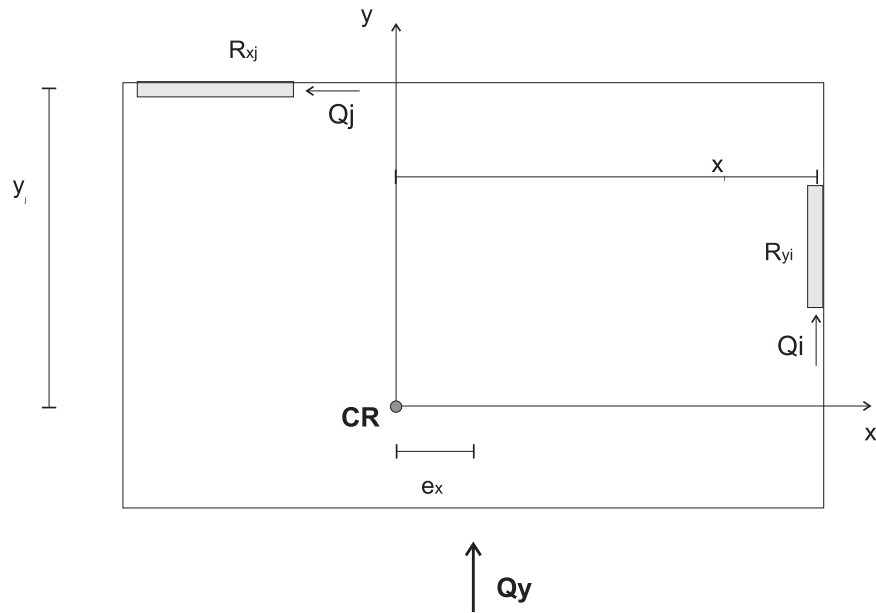


Figura 4.21: Ubicación de los elementos estructurales en relación al centro de rigidez

En el caso más general las fuerzas horizontales provocan en esa planta dos componentes de esfuerzo de corte y un momento torsor (figura 4.22). Sean δ_x y δ_y los corrimientos de la planta según x e y , respectivamente, y θ la rotación de la misma. Analizando el movimiento de la planta por separado para cada una de esas componentes, se puede escribir:

1º) Corrimiento δ_y :

En un elemento orientado según la dirección y (el elemento i de la figura 4.21) se produce un esfuerzo de corte $Q_i^{\delta_y}$ proporcional a la rigidez de ese elemento R_{yi}

$$Q_i^{\delta_y} = \delta_y R_{yi} \quad (4.30)$$

mientras que en un elemento según x no se producen esfuerzos:

$$Q_j^{\delta_y} = 0 \quad (4.31)$$

La ecuación de equilibrio de fuerzas según y establece que el corte total debe ser igual a la suma de los cortes en cada elemento, y de acuerdo a las expresiones arriba:

$$Q_y = \sum Q_i = \delta_y \sum R_{yi} \quad (4.32)$$

de donde

$$\delta_y = \frac{Q_y}{\sum R_{yi}} \quad (4.33)$$

y reemplazando en la expresión para $Q_i^{\delta_y}$:

$$Q_i^{\delta_y} = \frac{Q_y}{\sum R_{yi}} R_{yi} \quad (4.34)$$

2º) Corrimiento δ_x :

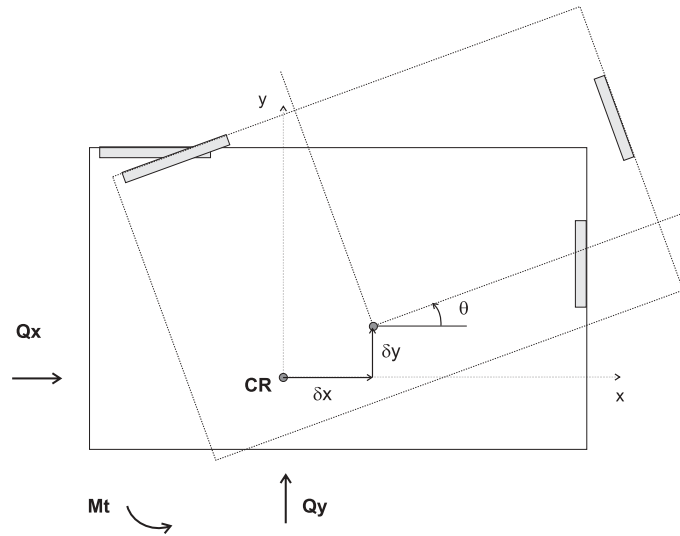


Figura 4.22: Movimiento plano de la planta

En un elemento orientado según la dirección x (el elemento j de la figura 4.21) se produce un esfuerzo de corte $Q_j^{\delta x}$ proporcional a la rigidez de ese elemento R_{xj}

$$Q_j^{\delta x} = \delta_x R_{xj} \quad (4.35)$$

mientras que en un elemento según y no se producen esfuerzos:

$$Q_i^{\delta x} = 0 \quad (4.36)$$

El corte total según x será:

$$Q_x = \sum Q_j = \delta_x \sum R_{xj} \quad (4.37)$$

de donde

$$\delta_x = \frac{Q_x}{\sum R_{xj}} \quad (4.38)$$

y reemplazando en la expresión para $Q_j^{\delta x}$:

$$Q_j^{\delta x} = \frac{Q_x}{\sum R_{xj}} R_{xj} \quad (4.39)$$

3º) Rotación θ :

En el elemento j se tiene:

$$Q_j^{\theta} = \theta y_j R_{xj} \quad (4.40)$$

y en el elemento i

$$Q_i^{\theta} = \theta x_i R_{yi} \quad (4.41)$$

El momento torsor en la planta es:

$$M_T = \sum Q_i^{\theta} x_i + \sum Q_j^{\theta} y_j \quad (4.42)$$

$$M_T = \theta \left(\sum_i R_{yi} x_i^2 + \sum_j R_{xj} y_j^2 \right) = \theta J_R \quad (4.43)$$

A esta expresión habría que sumar los momentos torsores sobre cada elemento, o sea los momentos torsores en cada columna o tabique, pero estos pueden despreciarse frente a los términos de rigidez por la distancia al centro de rigidez, que figuran en la expresión. De allí :

$$\theta = \frac{M_T}{J_R} \quad (4.44)$$

y reemplazando este valor en las fórmulas de Q_i y Q_j :

$$Q_i^\theta = \frac{M_T}{J_R} x_i R_{yi} \quad (4.45)$$

$$Q_j^\theta = \frac{M_T}{J_R} y_j R_{xj} \quad (4.46)$$

Resumiendo, si actúa una fuerza según el eje y que produce un esfuerzo de corte Q_y con una excentricidad e con respecto al centro de rigidez, se tendrá como acciones globales en el piso:

$$\begin{cases} Q_y \\ M_T = Q_y e \\ Q_x = 0 \end{cases}$$

así siendo, $\delta_x = 0$ y de las fórmulas arriba:

$$Q_i = Q_i^{\delta_y} + Q_i^\theta \quad (4.47)$$

$$Q_j = Q_j^{\delta_y} + Q_j^\theta \quad (4.48)$$

o bien reemplazando sus valores:

$$Q_i = \frac{Q_y}{R_T} R_{yi} + \frac{M_T}{J_R} R_{yi} x_i \quad (4.49)$$

$$Q_j = \frac{M_T}{J_R} R_{xj} y_j \quad (4.50)$$

Estas dos fórmulas permiten calcular los cortes en cada elemento i o j de la planta, para una fuerza de corte Q_y actuando excéntricamente.

4.4 Determinación práctica de la rigidez para los diferentes elementos estructurales

En esta sección se proporcionan algunas fórmulas prácticas para estimar la rigidez de piso de diferentes elementos estructurales, de modo de poder aplicar las expresiones de la sección anterior para distribuir las fuerzas de corte del piso.

4.4.1 Pórticos

Para estimar la rigidez de piso de un pórtico, se comenzará haciendo una estimación de la rigidez de una columna de ese piso.

Rigidez de una columna

Al respecto se recordará que la rigidez R_c de una columna empotrada en sus dos extremidades (entiéndase con esto: impedimento de rotación en ambos extremos, pero con posibilidad de desplazamiento transversal) es:

$$R_c = \frac{P}{\delta} = \frac{12EI_c}{h^3} \quad (4.51)$$

y la de una columna empotrada en su base y libre en su extremo superior:

$$R_c = \frac{3EI_c}{h^3} \quad (4.52)$$

siendo en estas expresiones P y δ respectivamente la fuerza transversal aplicada en su extremo superior y el desplazamiento producido en el mismo; E el módulo de elasticidad; I_c el momento de inercia de la sección transversal y h la altura de la columna.

Ahora bien la situación de una columna del pórtico (figura 4.23-a) es intermedia a estos dos casos. Hay un empotramiento elástico en los extremos que depende de las rigideces de las columnas superior e inferior, y de las vigas que concurren a los extremos de la columna considerada. Hay diversos métodos para estimar ese grado de empotramiento y evaluar un coeficiente numérico que reemplace a los coeficientes 12 o 3 de las fórmulas anteriores. A continuación se mencionan algunos de estos métodos.

1) La forma más simple es considerar $R_c \propto I_c$ y, como en general interesan las rigideces relativas, puede escribirse:

$$R_c = I_c \quad (4.53)$$

En efecto, si se considera que todas las columnas de un piso tienen la misma altura, son del mismo material y poseen el mismo grado de empotramiento, la rigidez dependerá solamente de I_c . Salvo casos muy puntuales, el grado de empotramiento será diferente para cada columna. Un forma primaria de tener en cuenta esto es disminuir la rigidez de columnas extremas (figura 4.23-b) y para ellas calcular:

$$R_c = 0,80I_c \quad (4.54)$$

Este procedimiento es admitido por algunos reglamentos siempre que se verifiquen ciertas hipótesis, como la de igual altura para todas las columnas del piso y la condición para las rigideces relativas de vigas: $I_v/l > \frac{1}{5}I_c/h$ (ref. Fuentes).

2) Un método muy utilizado es el desarrollado por K. Muto (ref. Muto).

La rigidez de piso de la columna se escribe como la de la columna empotrada en sus extremos, pero afectada por un coeficiente numérico $a < 1$:

$$R_c = a \frac{12EI_c}{h^3} = ak_c \frac{12E}{h^2} \quad (4.55)$$

donde k_c es un factor de rigidez de la columna calculado como

$$k_c = \frac{I_c}{h} \quad (4.56)$$

El coeficiente a depende del grado de empotramiento y se calcula con las siguientes expresiones en función de la relación de rigideces r :

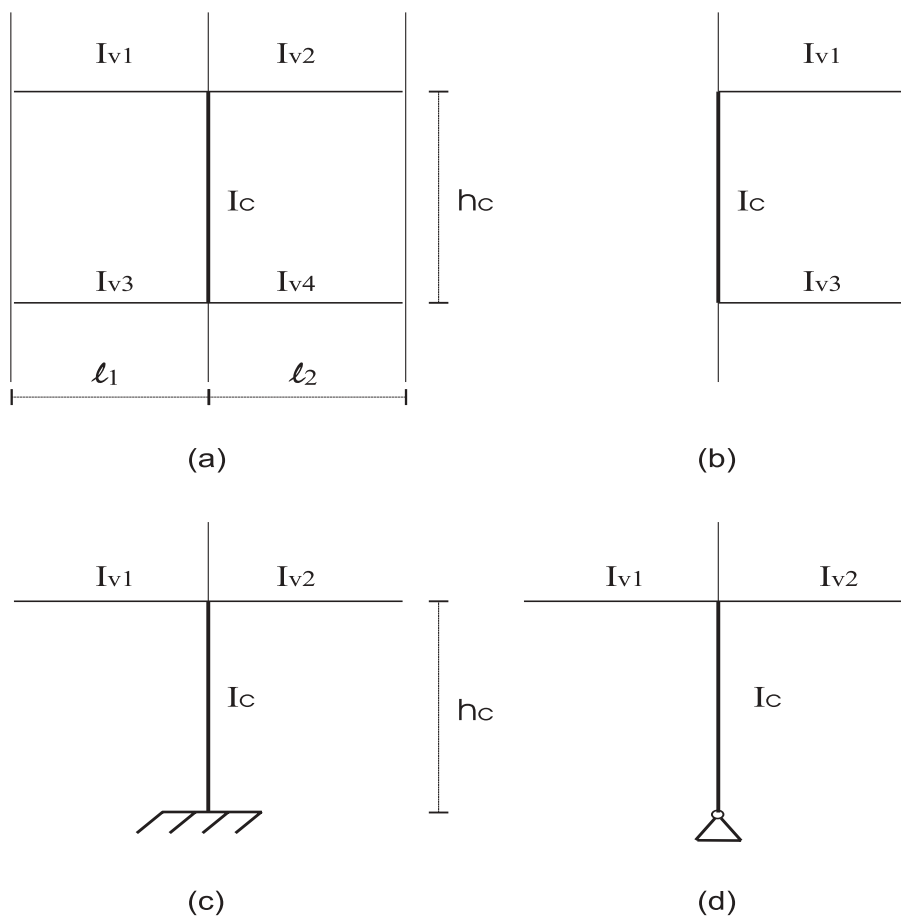


Figura 4.23: Coeficientes de rigidez del método de Muto

a) caso general (figura 4.23-a o 4.23-b):

$$a = \frac{r}{2+r} \quad (4.57)$$

$$r = \frac{k_1 + k_2 + k_3 + k_4}{2k_c} \quad (4.58)$$

b) columna de base empotrada (figura 4.23-c):

$$a = \frac{0,5+r}{2+r} \quad (4.59)$$

$$r = \frac{k_1 + k_2}{k_c} \quad (4.60)$$

c) columna de base articulada (figura 4.23-d):

$$a = \frac{0,5r}{1+2r} \quad (4.61)$$

$$r = \frac{k_1 + k_2}{k_c} \quad (4.62)$$

Allí $k_1 = \frac{I_{v1}}{l_1}$ es el factor de rigidez de la viga 1, y análogamente para las restantes vigas.

Las fórmulas de Muto han sido derivadas para pórticos regulares bajo cargas uniformes, y donde los puntos de inflexión se sitúan a mitad de la altura de columnas o a mitad de las luces de las vigas. En la medida en que la estructura se aproxime a estas hipótesis serán de aplicación las fórmulas.

Observación

Si el módulo E es común para todos los elementos resistentes, tanto éste como el coeficiente 12 pueden omitirse en la fórmula ya que, como se ha dicho, interesará un valor relativo de rigideces. Asimismo puede introducirse algún factor numérico, potencia de 10, que facilite los cálculos, y que dependerá de las unidades que se usen. En ese caso podría re-escribirse la rigidez de la columna como

$$R_c = a \frac{k_c}{h^2} f_R \quad (4.63)$$

siendo f_R el factor que será común a todas las columnas. En ese caso no es preciso calcular f_R para la distribución de esfuerzos. Solamente se precisaría si se desea calcular el desplazamiento transversal.

3) Heidebrecht propuso calcular las rigideces individuales de columnas con la expresión:

$$R_c = \frac{12EI_c}{h^2} \frac{1}{1 + \frac{2I_c}{h(\frac{I_{v1}}{l_1} + \frac{I_{v2}}{l_2})}} \quad (4.64)$$

Esta fórmula se basa en suponer que los puntos de inflexión se sitúan a mitad de cada viga o columna (ref. Heidebrecht).

Así como se han mencionado estos tres procedimientos, existen otros, que no se discutirán aquí pero que pueden encontrarse en la literatura.

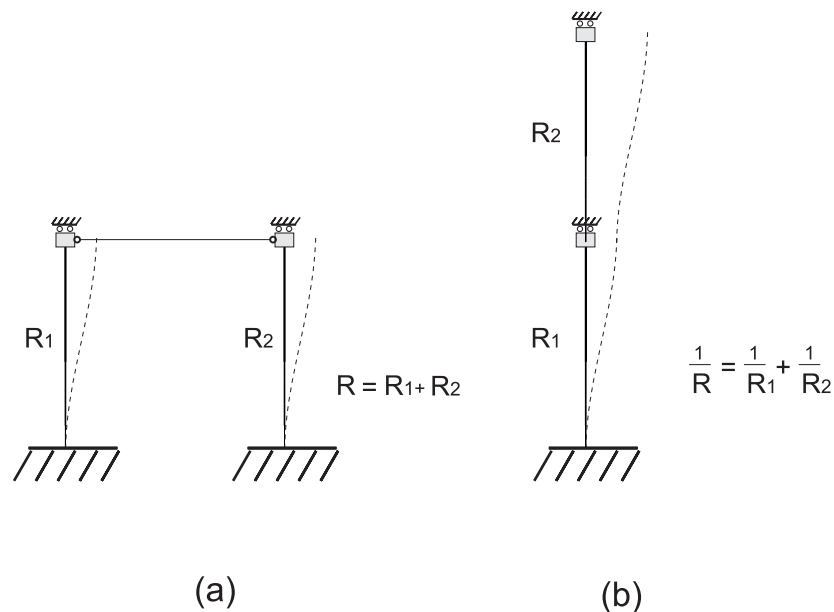


Figura 4.24: Rigidez de columnas conectadas en paralelo y en serie

Rigidez del piso

Una vez calculadas la rigideces de piso de las columnas, la rigidez de piso de toda la planta para el pórtico puede obtenerse por suma de los valores de cada columna. En efecto, considérese dos o más columnas impedidas de girar en las extremidades, que están conectadas en *paralelo* (figura 4.24-a). Un corrimiento lateral unitario del conjunto (vigas axialmente rígidas) produce en cada columna una fuerza de corte igual a su rigidez, y un corte total igual a la suma de ellas. Luego la rigidez del conjunto es la suma de la rigideces individuales. Si las columnas están conectadas en *serie* (figura 4.24-b), para una fuerza lateral en el extremo se sumarán en este caso los desplazamientos de cada columna. Inversamente al caso anterior, para columnas en serie se suman las *flexibilidades* (flexibilidad = inversa de la rigidez) de cada columna.

Por lo dicho anteriormente, la rigidez de piso del pórtico puede calcularse sumando las rigideces de cada columna en ese piso. Esto mismo se realizará cuando coexistan pórticos y tabiques en la misma planta, o bien tabiques solamente.

La suma de flexibilidades, indicada en el caso de columnas en serie, puede utilizarse para estimar la rigidez del pórtico completo para una carga concentrada en su extremo superior.

4.4.2 Tabiques

Deformación total del tabique cargado en su punta

El corrimiento lateral de un tabique resultará de sus deformaciones por flexión y por corte, y del corrimiento y rotación de la base (figura 4.25). Los desplazamientos debido a cada una de estas causas se estudiará por separado y luego se sumarán para obtener el desplazamiento total. Se despreciará aquí la parte del desplazamiento debido al corrimiento horizontal de la base.

FLEXION:

El corrimiento lateral de una viga cargada en su extremo es:

$$\delta^F = \frac{Ph^3}{3E_m I_m} \quad (4.65)$$

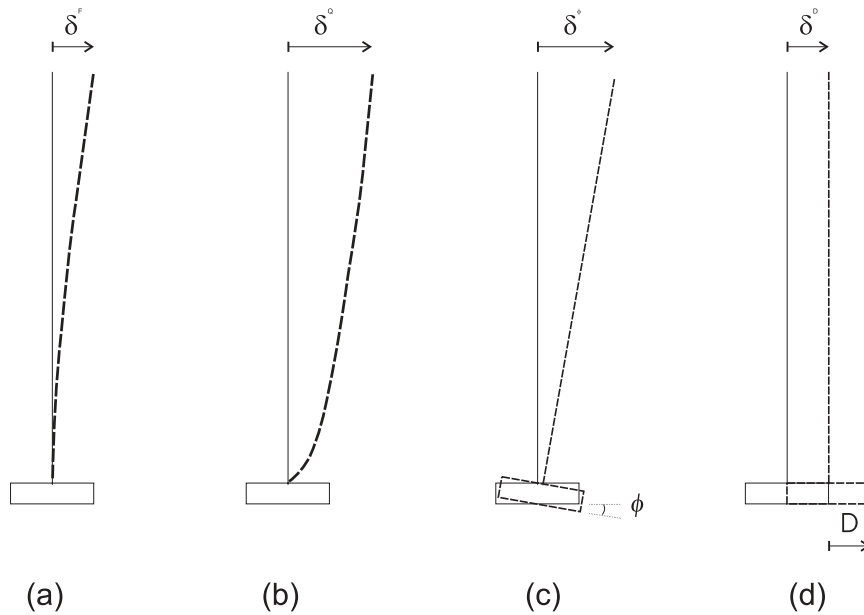


Figura 4.25: Componentes del desplazamiento lateral de un tabique

siendo h la altura del tabique, I_m el momento de inercia de la sección del tabique y E_m su módulo de elasticidad.

CORTE:

El corrimiento debido al corte es:

$$\delta^Q = \kappa \frac{Ph}{G_m A_m} \quad (4.66)$$

donde G_m es el módulo de elasticidad transversal, A_m el área de la sección del tabique, y κ un coeficiente de forma de la sección.

Para una sección rectangular $\kappa = 1,2$.

Para una sección doble-T o cajón, puede tomarse $\kappa = 1$ si se considera como A_m el área del alma, exclusivamente.

Para una sección anular, $\kappa = 1,2$.

ROTACION DE LA BASE:

Una rotación de la base produce un giro como rígido de todo el tabique y puede dar lugar a desplazamientos importantes en el mismo. Puede evaluarse como:

$$\delta^\phi = \phi(h + h_F) \quad (4.67)$$

siendo ϕ la rotación de la base, h la altura del tabique y h_F la altura de la fundación (figura 4.26).

La relación entre el momento en la fundación M_F y la rotación puede escribirse

$$\phi = \frac{M_F}{c_\phi I_F} \quad (4.68)$$

siendo I_F el momento de inercia de la sección de apoyo de la fundación con respecto a su eje de rotación y c_ϕ el coeficiente de Winckler, que mide la deformación del suelo. Dado que el momento vale

$$M_F = P(h + h_F) \quad (4.69)$$

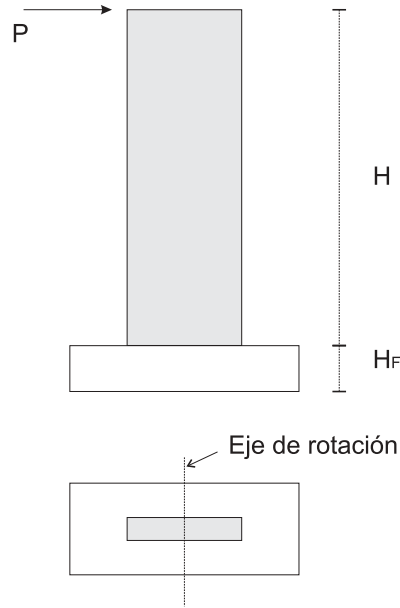


Figura 4.26: Rotación de la base

puede escribirse:

$$\delta\phi = \frac{P(h + h_F)^2}{c_\phi I_F} \quad (4.70)$$

Los coeficientes c_ϕ pueden tomarse (conservativamente a los efectos de un diseño preliminar) de los siguientes valores (ref. Baikov):

suelos	$c_\phi \left[\frac{\text{kg/cm}^2}{\text{cm}} \right]$
blandos	1 a 3
medios	3 a 7
duros	7 a 15
muy duros	15 a 30

Los valores de la izquierda corresponden al caso de rotación alrededor del eje que corresponde a la mayor inercia de la sección, y los de la derecha a la rotación alrededor del eje de menor inercia.

El desplazamiento del tabique resulta de la suma de estos tres efectos:

$$\delta = \delta^F + \delta^Q + \delta\phi \quad (4.71)$$

$$\delta = P \left[\frac{h^3}{3E_m I_m} + \frac{\kappa h}{G_m A_m} + \frac{(h + h_F)^2}{c_\phi I_F} \right] \quad (4.72)$$

y la rigidez del tabique

$$R = \frac{P}{\delta} = \frac{1}{\left[\frac{h^3}{3E_m I_m} + \frac{\kappa h}{G_m A_m} + \frac{(h + h_F)^2}{c_\phi I_F} \right]} \quad (4.73)$$

Rigidez de piso del tabique

Para evaluar el desplazamiento relativo de piso del tabique deben considerarse los tres efectos ya descritos: flexión, corte y rotación de la base. El desplazamiento horizontal de la fundación, que ha sido despreciado en el punto anterior, no tiene efecto en este caso pues es el mismo para todos los pisos.

FLEXION:

El desplazamiento relativo debido a flexión es ahora más difícil de evaluar pues tiene una gran importancia la rotación acumulada hasta esa planta, que a su vez depende de la flexión en todos los pisos inferiores (figura 4.27). El desplazamiento relativo por flexión es para el piso n :

$$\Delta_n^F = d_1 + d_2 = \theta_n h_n + \int_{h_n} \frac{M}{EI} dz \quad (4.74)$$

El primer término (d_1) se debe a la rotación θ_n acumulada hasta el piso inferior y es una rotación, como rígido, del piso n . El segundo término (d_2) es el de deformación por la flexión del piso n .

Una simplificación, debida a Muto, es reemplazar el diagrama de momentos, lineal por trozos (figura 4.27-a), por uno escalonado (figura 4.27-b). Con esta hipótesis de momento flector constante en cada piso, la curvatura en un piso i será también constante: $\frac{\bar{M}_i}{E_i I_i}$. La rotación relativa de ese piso se obtiene integrando la curvatura, lo que da: $\theta_i = \frac{\bar{M}_i h_i}{E_i I_i}$. Sumando las rotaciones relativas desde la base hasta el piso $n-1$ se tiene la rotación acumulada hasta la base del piso n :

$$\theta_n = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\bar{M}_i h_i}{E_i I_i} \quad (4.75)$$

La deformación propia por flexión en el piso n se obtendrá integrando dos veces la curvatura (constante) en ese piso $\frac{\bar{M}_n}{E_n I_n}$, es decir:

$$d_2 = \frac{\bar{M}_n h_n^2}{2E_n I_n} \quad (4.76)$$

Sustituyendo 4.75 y 4.76 en 4.74:

$$\Delta_n^F = \left(\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\bar{M}_i h_i}{E_i I_i} \right) h_n + \frac{\bar{M}_n h_n^2}{2E_n I_n} \quad (4.77)$$

CORTE:

El corrimiento relativo del piso n debido al corte es:

$$\Delta_n^Q = \kappa \frac{Q_n h_n}{G_n A_n} \quad (4.78)$$

ROTACION DE LA BASE:

La rotación de la base produce el desplazamiento relativo:

$$\Delta_n^\phi = \phi h_n = \frac{M_F h_n}{c_\phi I_F} \quad (4.79)$$

Como antes el desplazamiento del tabique resulta de la suma de esos tres efectos:

$$\Delta_n = \Delta_n^F + \Delta_n^Q + \Delta_n^\phi \quad (4.80)$$

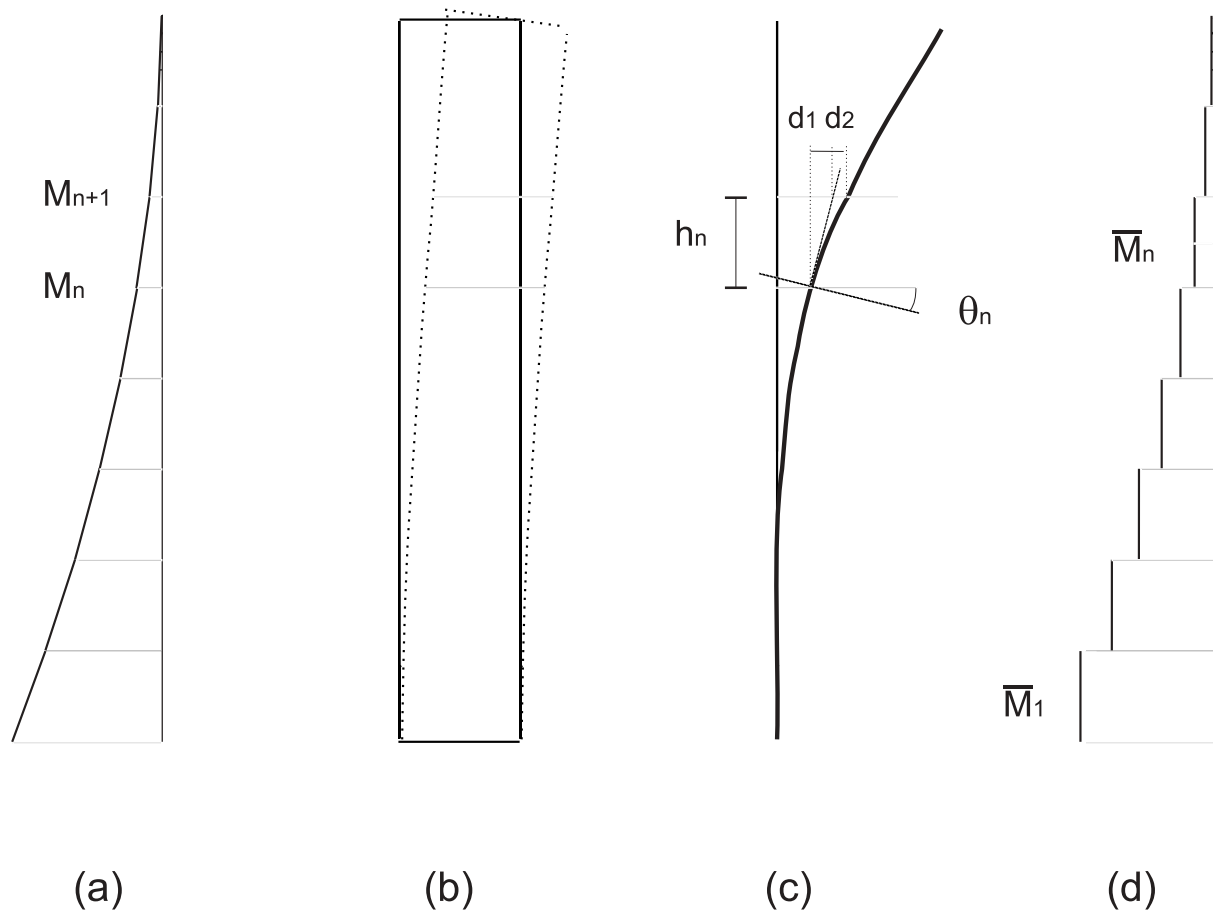


Figura 4.27: Corrimiento relativo de piso debido a la flexión del tabique

$$\Delta_n = \left[\left(\sum_{i=1}^{n-1} \frac{M_i h_i}{E_n I_n} \right) h_n + \frac{M_n h_n^2}{2E_n I_n} + \frac{\kappa Q_n h_n}{G_n A_n} + \frac{M_F h_n}{c_\phi I_F} \right] \quad (4.81)$$

y la rigidez del tabique

$$R_{pn} = \frac{Q_n}{\Delta_n} \quad (4.82)$$

En las expresiones arriba, las variables con subíndice n se refieren a los valores para el piso n y el significado de los símbolos es el mismo que en la subsección anterior.

El cálculo de la rigidez de piso R_{pn} depende de Q_n , M_n , M_i (para $i = 1, n - 1$) y M_F . Es decir depende de la parte del corte total que tomará el tabique. Ahora bien, esta rigidez se precisa para distribuir el corte y por lo tanto esta dependencia es no lineal. Se puede hacer un proceso iterativo: con una estimación inicial de los R_{pn} , distribuir los cortes, y con éstos calcular los R_{pn} , para luego recalculer los cortes. Si se realiza un cálculo manual, éste puede organizarse en una planilla como la mostrada en la figura 4.28.

4.4.3 Tabiques con pequeñas aberturas

En el caso en que los tabiques tengan aberturas (ventanas, etc.), siendo l y h_n las dimensiones del tabique, y A_o el área de la abertura, puede definirse un parámetro

$$p = \sqrt{\frac{A_o}{l h_n}} \quad (4.83)$$

si $p < 0,4$ el tabique puede considerarse de abertura *pequeña*. En este caso la deformación por *flexión* puede calcularse como en el caso de tabiques sin aberturas, pero con un momento de inercia correspondiente a la sección *neto* del tabique (descontada la abertura). La deformación por *corte* se calcula como la del tabique sin aberturas, pero con un área

$$A = A_{total}(1 - 1,25 p) \quad (4.84)$$

siendo p el parámetro definido más arriba. Esta fórmula tiene sustento empírico (ref Muto). Finalmente, el desplazamiento por *rotación de la base* no sufre ninguna modificación respecto al caso del tabique sin aberturas.

4.4.4 Tabiques con grandes aberturas. Tabiques acoplados

Se considera el tabique como de *gran abertura* si el parámetro p definido en la sección anterior es $p > 0,4$. Entran aquí también los tabiques acoplados, es decir los tabiques unidos por medio de vigas o dinteles. En este caso la estructura puede tratarse como un pórtico con columnas o vigas de gran espesor (figura 4.29). Las columnas y vigas se sitúan en los ejes de los tabiques y vigas, pero es necesario considerar la rigidez de los nudos, así como también las deformaciones por corte de los elementos. La zona rígida se considera desde el nodo hasta una distancia x del borde de viga o columna. A partir de estudios con elementos finitos se ha determinado un valor de $x = d/4$ (figura 4.29) para la viga y análogamente para la columna.

Para evaluar la rigidez de piso de tabiques acoplados pueden utilizarse las fórmulas de Muto para pórticos, modificando los coeficientes de rigidez k_c y k_v para tener en cuenta las zonas rígidas de nudos y la deformación debida al corte de columnas y vigas. Para la columna se calcula

$$k_{ce} = \frac{c + c'}{2} k_c \quad (4.85)$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
n	Q_n	$Q_n h_n$	M_n	$2 \bar{M}_n$	$\frac{2 \bar{M}_n h_n}{E_n I_n}$	$\frac{4}{h_n} \Delta_n^F$	Δ_n^F	Δ_n^Q	Δ_n^ϕ	Δ_n	R_n
N			→	→		→	↑				
N-1			→	→		→	↑				
			→	→		→	↑				
...			→	→		→	↑				
2			→	→		→	↑				
1			→	→		→	↑				

Observaciones:

Col(1) Número del piso

Col(2) Corte en este tabique, en cada piso (estimación inicial)

Col(3) Incremento de momento: $\Delta M_n = Q_n h_n$

Col(4) Momento flector en la base del piso: $M_n = M_{n+1} + \Delta M_n$ (*)

Col(5) Doble del momento promedio sobre el piso: $2\bar{M}_n = 2\frac{(M_n + M_{n+1})}{2}$ (*)

Col(6) Doble de la rotación relativa de piso: $2\theta_n = \frac{2\bar{M}_n h_n}{E_n I_n}$

Col(7) $\frac{4}{h_n} \Delta_n^F = 4 \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\bar{M}_i h_i}{E_i I_i} + 2 \frac{\bar{M}_n h_n}{E_n I_n}$ (*)

Col(8) Δ_n^F : multiplica la col. (7) por $\frac{h_n}{4}$

Col(9) $\Delta_n^Q = \kappa \frac{Q_n h_n}{E_n I_n}$

Col(10) $\Delta_n^\phi = \phi h_n = \left(\frac{M_F}{c_\Phi I_f} \right) h_n$

Col(11) Desplazamiento relativo del piso, total: $\Delta_n = \Delta_n^F + \Delta_n^Q + \Delta_n^\phi$

Col(12) Rigidez de piso del tabique: $R_{pn} = \frac{Q_n}{\Delta_n}$

(*) (Las flechas indican los términos que se suman)

Figura 4.28: Planilla para organizar el cálculo iterativo de la rigidez de piso del tabique

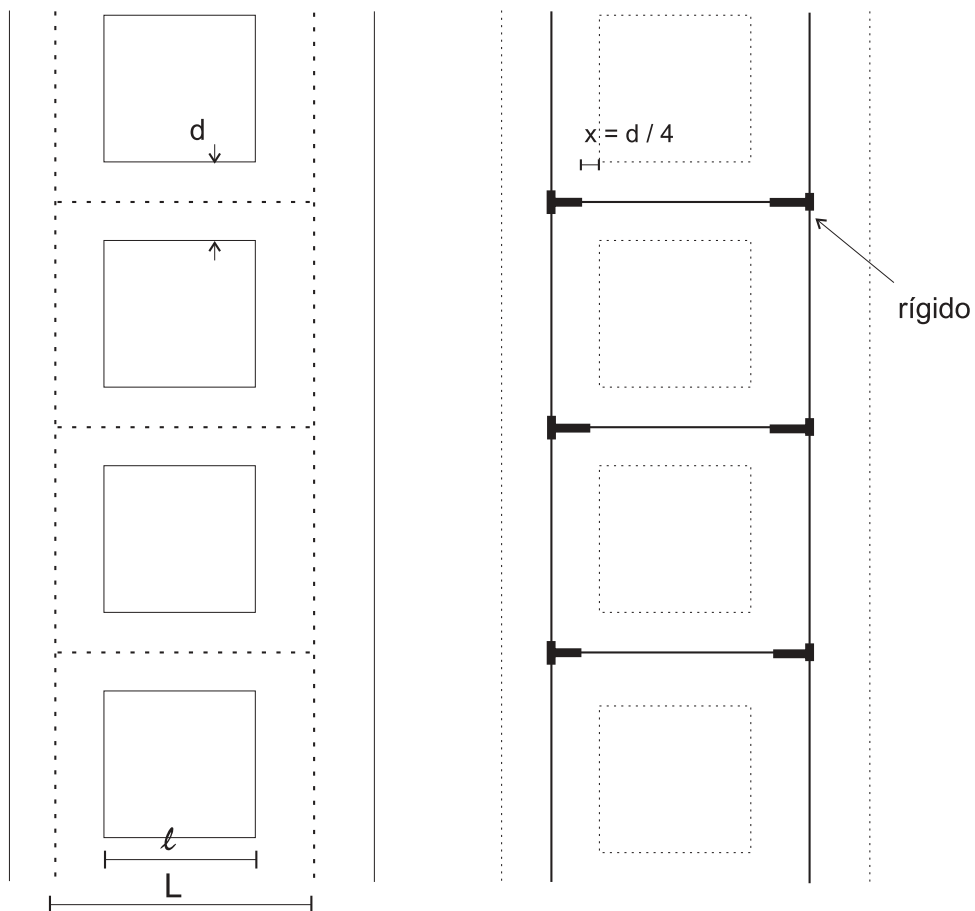


Figura 4.29: Tabiques con grandes aberturas

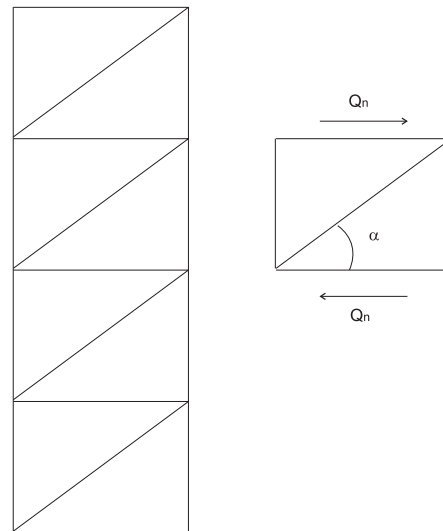


Figura 4.30: Pórtico arriostrado con diagonales

y para las vigas

$$k_{ve} = ck_v \quad (4.86)$$

Los coeficientes c y c' dependen de las longitudes de las zonas rígidas en ambos extremos, y de la relación $\frac{d}{l}$. K. Muto (ref. Muto) presenta gráficos para el cálculo de estos coeficientes.

En una aproximación grosera, si se ignora la deformación por corte, y se supone que las columnas no sufren rotación en sus extremos, la rigideces de la columna con y sin zonas rígidas estarán en la relación $\frac{h'^3}{h^3}$ donde h' es la longitud de la zona deformable de la columna y h la longitud total entre nodos. Y esa misma proporción corresponderá al coeficiente de la fórmula 4.85.

La rigidez de columna se calcula como en el caso de columnas estándar:

$$R_c = ak_{ce} \frac{12E}{h^2} \quad (4.87)$$

y a con las mismas fórmulas indicadas en esa oportunidad, que ahora dependen de k_{ce} y k_{ve} , en lugar de k_c y k_v .

4.4.5 Pórticos arriostrados

Una forma de rigidizar pórticos es utilizar diagonales (figura 4.30). Este procedimiento es habitual en estructuras metálicas aunque también se ha utilizado en hormigón armado.

Una fuerza cortante Q_n en el piso produce una fuerza de tracción en la diagonal S de la figura 4.30 (o de compresión si la diagonal está dispuesta en sentido inverso)

$$S = \frac{Q_n}{\cos \alpha} \quad (4.88)$$

y un corrimiento relativo del piso

$$\Delta_n = \frac{Q_n L_d}{\cos^2 \alpha E_d A_d} \quad (4.89)$$

y la rigidez de piso

$$R_{pn} = \frac{E_d A_d \cos^2 \alpha}{L_d} \quad (4.90)$$

E_d , A_d y L_d son el módulo de elasticidad, el área de la sección transversal y la longitud de la diagonal, respectivamente. Si hay diagonales cruzadas, la rigidez es el doble.

Un pórtico arriostrado es del orden de 10 veces más rígido que un pórtico no arriostrado que resista la misma fuerza de corte.